

CSORBA FERENC

Szabályos testek hajtogatása papírból

Köztudott, hogy öt szabályos test létezik. Hogy ezek papírból hajtogathatók, az talán már kevésbé. Az 1988. július 27. és augusztus 3. között Budapesten megrendezett Nemzetközi Matematikaoktatási Kongresszus (International Congress on Mathematical Education = ICME) egyik érdekessége volt a japánokkal, s ezen belül a papírhajtogatással való találkozásom. Elhatároztam, leírom a tőlük tanultak egy részét. Nem kívánok a hajtogatás matematikai alapfogalmaival foglalkozni, bár bizonyára nem lenne az sem haszontalan. Csak a módszert próbálom bemutatni.

A leírásoknál Pataki Tibor: Papírcsodák (Ifjúsági Lapkiadó Vállalat) című könyvének jelöléseit vettem át.

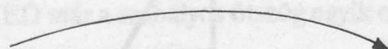
A papír szélének jelölése:



Ilyen vonal mentén előre kell a papírt hajtani:



Ez a nyíl mutatja a hajtás irányát:



A hátrafelé hajtás vonala:



A hátrafelé hajtás iránya:



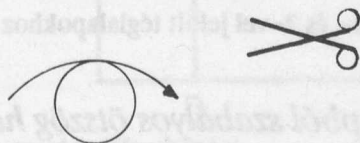
Az oda és rögtön visszafelé történő hajtás:



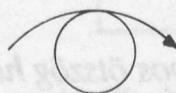
Hajtogatás után ilyen vonal marad:



El kell vágni a papírt:



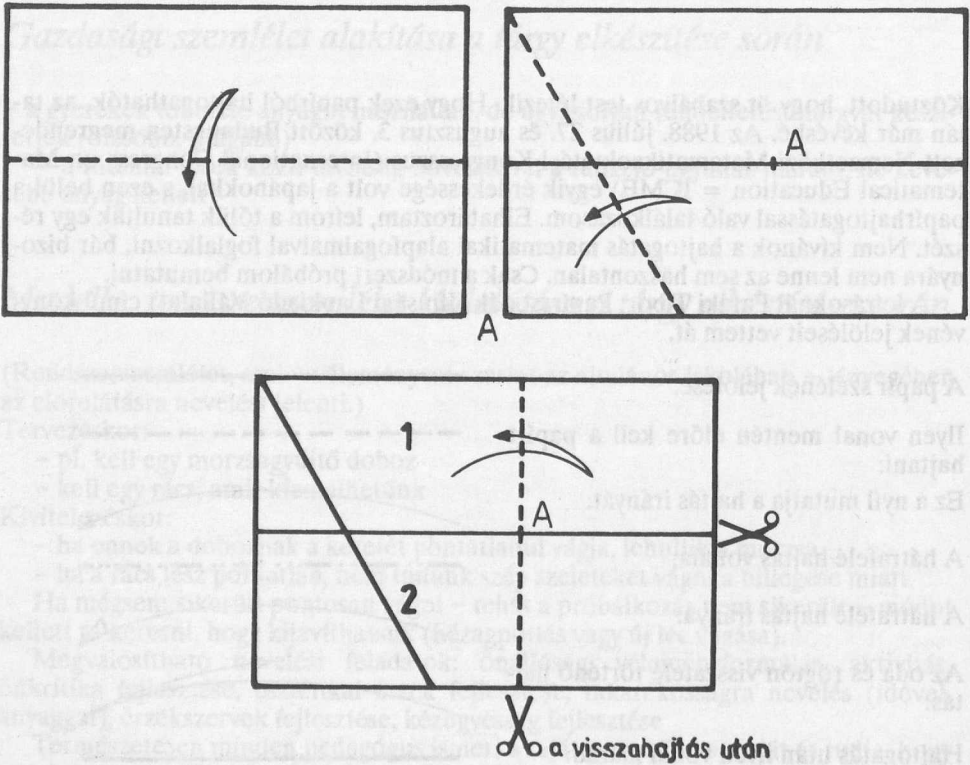
Fordítsuk az egészet a másik oldalára:



Ezen jelölésektől való eltérést szükség esetén jelezni fogom.

A szabályos testek közül a tetraéder, az oktaéder és az ikozaéder hajtogatásához olyan téglalapokat fogok használni, amelyek oldalainak aránya $1:\sqrt{3}$. A kocka négyzetekből, a dodekaéder pedig szabályos ötszögekből épül fel. Ezen síkidomok mindegyike tetszőleges téglalpból hajtogatható. A négyzet előállítására nem térek ki, gondolom, ez közismert.

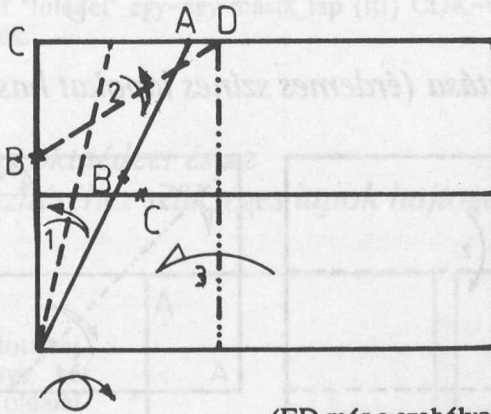
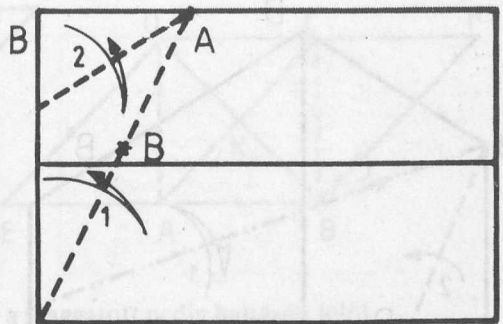
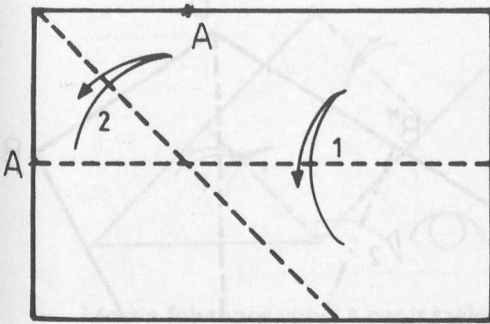
Az $1:\sqrt{3}$ oldalarányú téglalapok hajtogatása (A/4-es lapból)



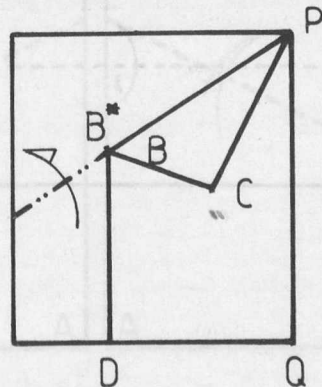
Így az 1- és 2-vel jelölt téglalapokhoz jutunk.

Téglalpból szabályos ötszög hajtogatása

Néhány pontot latin nagybetűvel meg fogok jelölni. Nyilvánvaló, hogy ugyanezt hajtogatással is megtehetném. Úgy gondolom, nem szükséges minden lépésnél valamennyi hajtásél jelölése. Elhagyom azokat, amelyek hiánya nem zavaró.

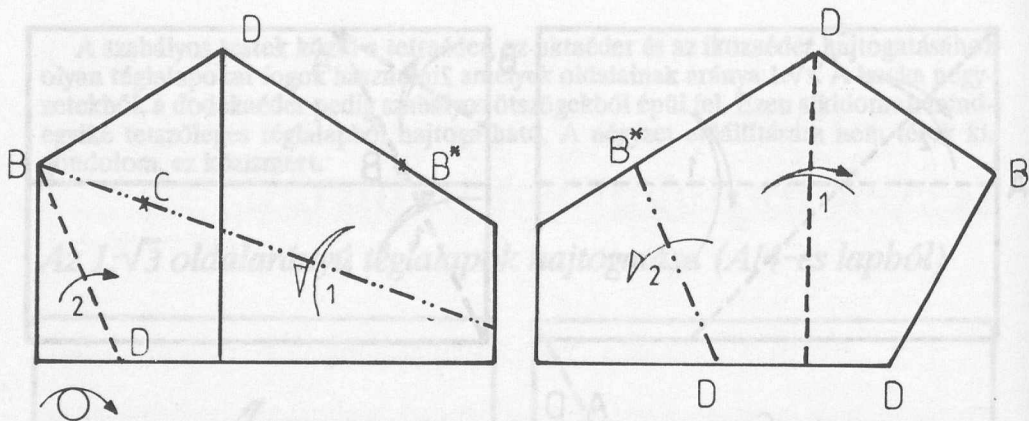


(ED már a szabályos ötszög egyik oldala)

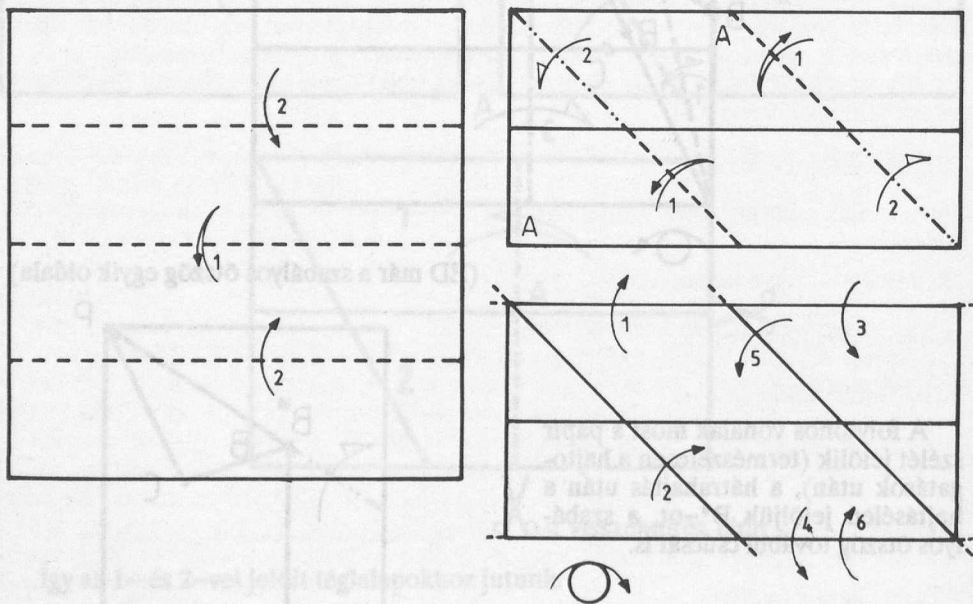


A folytonos vonalak most a papír szélét jelölik (természetesen a hajtogatások után), a hátrahajítás után a hajtásélen jelöljük B^* -ot, a szabályos ötszög további csúcsát is.

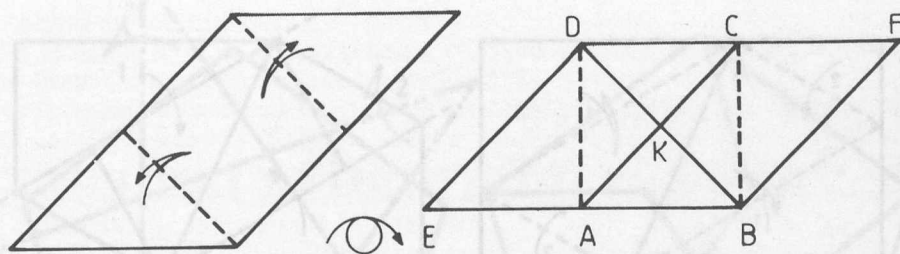
Ezután PQ mentén hajtsuk szét a lapot, majd fordítsuk meg!



A kocka hajtogatása (érdeemes színes lapokat használni)



Exámpóként a kocka hajtogatásánál a lapok színeit is meg kell adni. Ezáltal a kocka készítésekor a lapok színeit is meg kell adni. Ezáltal a kocka készítésekor a lapok színeit is meg kell adni.



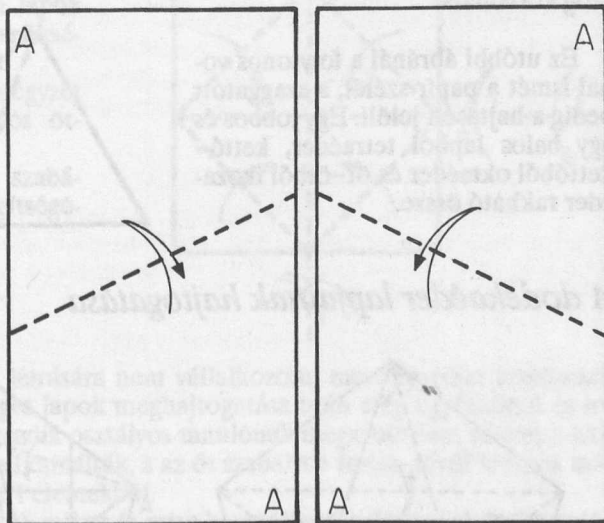
Most a folytonos vonal a papír szélét, a szaggatott pedig hajtásélt jelöl.

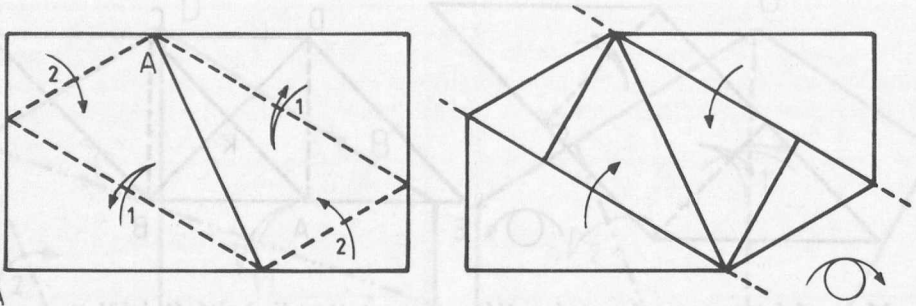
Hat darab, ugyanígy hajtogatott lapból készíthető a kocka úgy, hogy az EAD- ill. BCF-fel jelölt "füleket" egy-egy másik lap (itt) CDK-val ill. ABK-val jelölt "zebeibe" illesztjük.

A tetraéder, az oktaédeer és az ikozaéder készítéséhez szükséges lapok hajtogatása

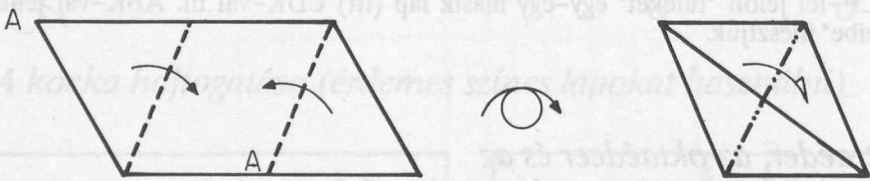
Az elsőnek mutatott hajtogatás eredménye két téglalap, melyek oldalainak aránya $1:\sqrt{3}$. Helyezzük egymás mellé őket!

Egyiket nevezzük balosnak, a másikat jobbosnak. A továbbiakban a hajtogatás lényegében mindkét típuson azonos, ezért csak az egyiket rajzolom le.



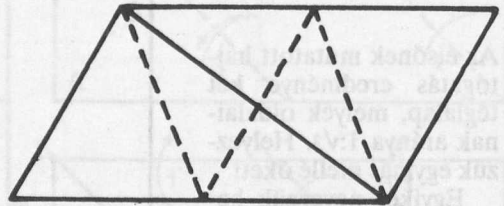


A

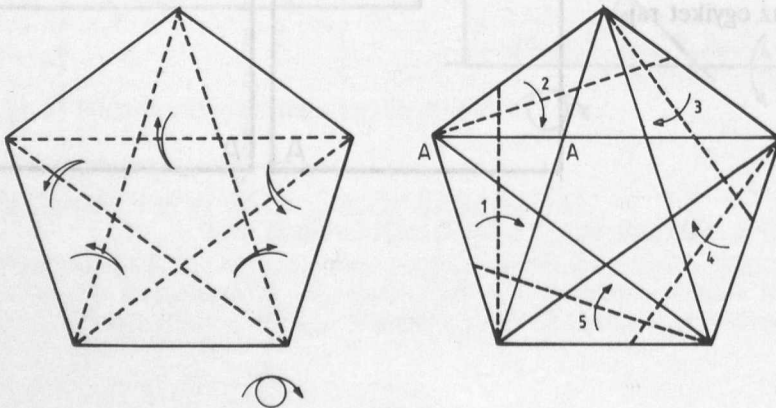


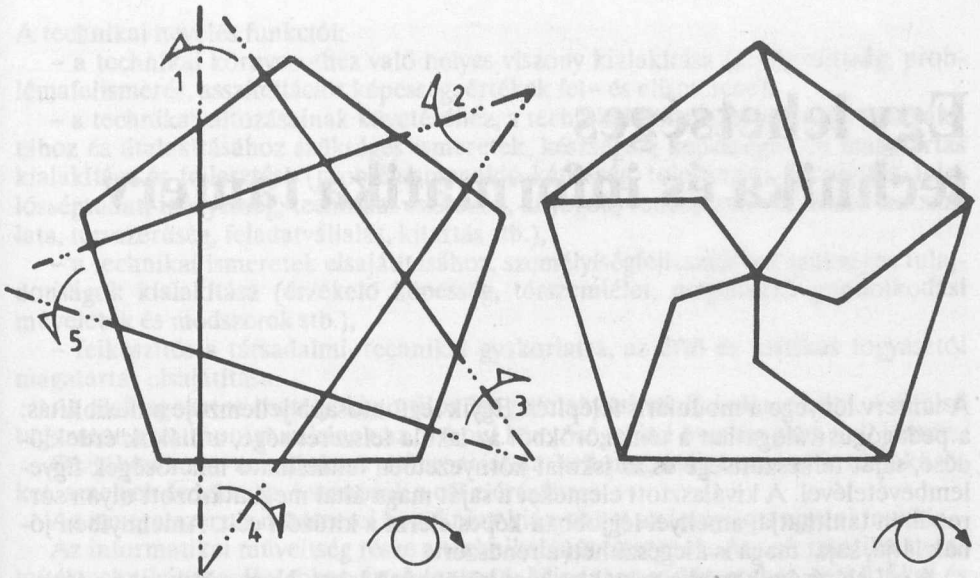
Ezután hajtogassuk szét addig, amíg ki nem rajzolódik négy szabályos háromszög körvonala.

Ez utóbbi ábránál a folytonos vonal ismét a papír szélét, a szaggatott pedig a hajtásélt jelöli. Egy jobbos és egy balos lapból tetraéder, kettő-kettőből oktaéder és öt-ötből ikozaéder rakható össze.



A dodekaéder lapjainak hajtogatása

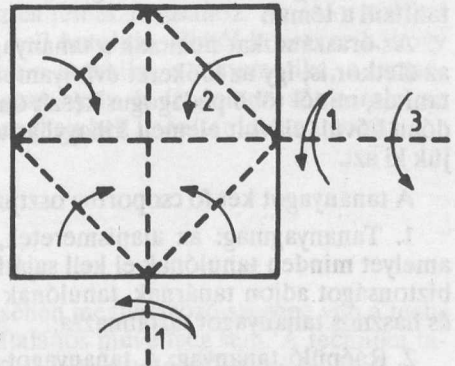




A hajtogatások után ilyen lapok adódnak. Ezek illesztéséhez szükségünk lesz még a következőkre:

(A kiindulásul választott négyzet oldala megegyezik a szabályos ötszög oldalával.)

A dodekaédert 12 darab szabályos ötszögből ilyen lapok segítségével illeszthetjük össze.



Az egyes testek illesztésének leírására nem vállalkozom, mert egyrészt hosszadalmas lenne, másrészt a szükséges lapok meghajtogatása után elég egyértelmű és logikus. Néhány hetedik és nyolcadik osztályos tanulónak megmutattam ezeket a hajtogatásokat. Nagy lelkesedéssel csinálták, s az öt szabályos testen kívül számos más testet is építettek a fentebb leírt elemekből.

Azt, hogy ezek a hajtogatások mikor és mire használhatók, döntse el az Olvasó!