

A szavazás egy matematikai modellje

Mindennapi életünkben gyakori jelenség, hogy a több embert is érintő kérdésekben szavazással döntenek. Ez a szavazás gyakran választott testületekben történik (parlament, diákönkormányzat), hisz gyakorlatilag képtelenség lenne mindig mindenkit mindenről megkérdezni. Ahhoz, hogy egy döntést meghozzanak, általában kétharmados, vagy egyszerű (azaz 50% feletti) többség kell. Lényeges az is, hogy egy-egy képviselő hány szavazattal rendelkezik.

Ahhoz, hogy egy szavazó testületben a testület egyes tagjainak hatalmát, illetve a szóba jöhető hatalmi viszonyokat vizsgálhassuk, célszerű egy modellt alkotnunk. Modellünket vegyük a halmazelmélet témaköréből. Magát a szavazó testületet tekintsük alaphalmaznak, melynek elemei az egyes tagok. Minden elemhez rendeljük hozzá azt a számot, ahány szavazattal az adott tag rendelkezik.

Minden tagnak lehet indítványa és ahhoz, hogy az indítványát elfogadtassa, esetenként más tagok szavazatát is meg kell szereznie. A továbbiakban azok halmazát, akik az adott kérdésben a javaslat mellett vannak, nevezzük szövetségnek, akik pedig tartózkodnak, vagy a javaslat ellen vannak, ellenzőknek. A szövetség illetve az ellenzők az alaphalmaz részhalmazai, egymás kiegészítő halmazai az alaphalmazra vonatkozóan. Ha a szövetség a javaslat elfogadásához szükséges szavazatszámmal rendelkezik, nyerő szövetségről beszélünk. Ha a nyerő szövetségből egy tag sem hagyható el anélkül, hogy a szövetség nyerő jellegét elveszítse, legkisebb nyerő szövetségnek nevezzük. A továbbiakban a legkisebb nyerő szövetséget a rövidség kedvéért LNYSZ-szel jelöljük. Ilyen LNYSZ általában több is van.

A testületben bárki indítványozhat, majd támogatókat keres, hogy szövetsége nyerő legyen. Az indítványozó számára természetesen egy LNYSZ megszerzése a cél. Az utolsó olyan embert, akinek szavazatára szükség van, ahhoz, hogy a szövetség nyerő legyen, kulcsszemélynek nevezzük, hiszen ő kulcspozícióban van. A hatalmi viszonyt jól jellemzi, hogy ki hányszor szerepel kulcsemberként. Diktátor az, akinek nincs szüksége szövetségesre, egy személyben is nyerő. Lehetnek olyan személyek, akiknek vétőjoguk van, akik nélkül egyetlen javaslat sem vihető végig, akik tehát minden LNYSZ-nek tagjai. Lehetnek továbbá jogfosztottak, akik nem tagjai egyetlen LNYSZ-nek sem.

Ha egy szavazótestület hatalmi viszonyait vizsgáljuk, ezt nem jellemzik kielégítően a tagok szavazatainak arányai, ugyanis például egyszerű többségi szavazás esetén, az, aki a szavazatok felénél akár csak eggyel is többet birtokol, már diktátorként funkcionál, a hatalom teljes egészében a kezében van. A többiek tulajdonképpen jogfosztottak. Egy adott tag hatalmán általában azt értjük, hogy mennyi az esélye annak, hogy egy javaslat keresztülviteléhez az ő támogatására is szükség van.

A hatalmi viszonyokat jobban jellemzi a LNYSZ-ek ismerete. A hatalomnak jobb mérőszáma az a szám, amely megadja, hogy az adott tag, az esetek hány százalékában kerül kulcspozícióba.

Példaként tekintsünk egy három tagú (A, B, C) szavazótestületet! A rendelkezék x , B y , C pedig z szavazattal.

Egységnek, azaz 1-nek tekintjük az összes szavazatok számát. Az egyszerűség kedvéért legyen $x \geq y \geq z$. A döntéshozatalhoz pedig legyen egyszerű többség

szükséges. Milyen hatalmi viszonyok képzelhetők el? Vizsgálatunkat három részre bontottuk.

a) $x > 0,5$, azaz A a szavazatok több mint a felével rendelkezik. Nyilvánvaló, hogy bármely nyerő szövetséget tekintünk is, A kerül kulcspozícióba, hisz nélküle nem szerezhető meg az 50% feletti szavazati többség. Ebben az esetben A egyszemélyben nyerő, azaz diktátor, B és C valójában jogfosztott, hisz véleményük a szavazás kimenetelét nem befolyásolja. Ebben az esetben három LNYSZ van (A), (BA), (CA). A hatalmi viszony 3:0:0.

b) $x = 0,5$, azaz A épp a szavazatok felével rendelkezik. Ekkor A részvétele minden esetben szükséges ahhoz, hogy a szövetség nyerő legyen, mindig tagja az LNYSZ-nek. Egyedül ugyan nem viheti végbe akaratát, de A nélkül sem vihető végig egyetlen javaslat sem, A -nak tehát vétójoga van. A indítványa esetén ugyanakkor B illetve C is kulcspozícióba kerülhet. Ebben az esetben a következő LNYSZ-ek vannak: (AB), (AC), (BA), (CA). A hatalmi viszony 2:1:1.

c) $x < 0,5$, azaz A szavazatai nem érik el a szavazatok számának felét, természetesen továbbra is érvényes az $x \geq y \geq z > 0$ feltétel.

Bármelyikük is indítványoz, a LNYSZ eléréséhez valakit maga mellé kell állítania. Mindhárman kétszer kerülnek kulcspozícióba. Az esélyek egyenlőek. Ebben az esetben a következő LNYSZ-ek vannak: (AB), (BA), (AC), (CA), (BC), (CB). A hatalmi viszony 1:1:1.

Feladatok

1. Az előző példában milyen hatalmi viszonyok alakulhatnak ki, ha A vétójoggal rendelkezik? Add meg az LNYSZ-eket!

2. Hogyan módosulnak a hatalmi viszonyok, ha C , azaz a legkisebb szavazatszámú tag rendelkezik vétójoggal?

★

Földünk legtöbb országot magába foglaló szervezete az Egyesült Nemzetek Szervezete, röviden ENSZ, idegen szóval United National Organization, amelynek ma már több mint 150 ország a tagja. Az ENSZ egyik legfontosabb szervezete a Biztonsági Tanács, röviden BT, amelynek feladata a világbéke megőrzése.

A BT minden viszályt, vagy minden olyan helyzetet, amely a nemzetek között súrlódást okozhat, vagy viszályt vonhat maga után, megvizsgálhat annak megállapítása végett, hogy a veszélyhelyzet elhúzódása, vagy a helyzet fennmaradása nem vezethet-e a nemzetközi béke és biztonság veszélyeztetésére.

A Biztonsági Tanács minden háborúval fenyegető eseményt megtárgyal és a testület tagjai szavazással döntenek a különböző megoldási javaslatok között.

A BT-nek 5 állandó tagja van, az USA, a Független Államok Közössége, Anglia, Franciaország és Kína, továbbá 10, kétévenként választott tagja.

Az állandó tagoknak vétójoga van, azaz a BT csak akkor hozhat konkrét lépéseket maga után vonó határozatot, ha azt mind az öt állandó tag megszavazza. Ha bármelyik vétót emel, azaz nemmel szavaz, akkor a határozatot elvetettnek kell tekinteni. Egy javaslat elfogadásához kilenc szavazat szükséges, köztük az öt nagyhatalom szavazata.

Feladatok

1. Az ENSZ Biztonsági Tanácsában milyen az egyes tagok hatalmi viszonya?
2. Milyen szervezetei vannak az ENSZ-nek?

JEGYZET

Szemelvény a Szerzők *A tudományos modellalkotás alapjai I.* c. tankönyv kéziratából

FATALIN LÁSZLÓ-VARSICS ZITA

Miért nem esnek le a felhők?

Ki ne gyönyörködött volna még a nyári kék égen gomolygó felhőkben? A felhőknek ez a változatos tengere milliónyi apró vízcseppcsekből és jégkristályból áll. E parányi cseppek átmérője a felhő fajtájától függően 0,001 mm-től 0,2 mm-ig változik. A vízcseppek illetve a jégkristályok sűrűsége lényegesen nagyobb, mint a levegő sűrűsége. Miért nem esnek hát le a felhők?

Foglalkozunk először egy egyszerűbb, mérési feladattal!

Folyadékokban vagy gázokban a testek mozgását a közegellenállási erő akadályozza. Ez az erő két részből tevődik össze. Első tagja a belső súrlódásból származik és a test sebességével arányos. A második komponens a test mögött keletkező örvények következménye és a test sebességének négyzetével arányos. A belső súrlódásból adódó erő $F_s = 6\pi\eta rv$, ahol η a közeg ún. viszkozitása, r a közegben v sebességgel mozgó gömb alakú test sugara. Az örvénylésből származó erő pedig $F_\delta = c\rho r^2 v^2$ ahol ρ a közeg sűrűsége, c pedig egy alaktól függő állandó.

Határozzuk meg, hogy a levegőben eső felfújt léggömb esetén melyik erő játssza a lényegesebb szerepet!

Ha elég magasról leejtünk egy levegővel felfújt léggömböt, akkor megfigyelhetjük, hogy rövid idejű gyorsuló mozgás után egyenletesen mozog. Egyenes vonalú egyenletes mozgás esetén a testre ható erők eredője nulla. Mivel a léggömbre ható felhajtóerő ugyanakkora nagyságú, mint a léggömbbe zárt levegő súlya, ezért az egyenletes mozgás során a közegellenállási erő nagysága megegyezik a léggömb – mérlegesen mért – súlyával. A közegellenállási erőt tehát úgy változtathatjuk, hogy kis tömegekkel terheljük a léggömböt.

Állapítsuk meg a közegellenállási erő és a sebesség közötti összefüggést!

Ábrázoljuk a mért sebességértékek függvényében a rendszer súlyát (1. ábra).

A feladat megoldásához már csak azt kell eldönteni, hogy a kapott pontok lineáris vagy négyzetes függvényhez illeszkednek-e inkább. Ez „ránézéssel” nem dönthető el elég megbízhatóan.

Mivel:

$$\lg F_s = \lg rv + \lg 6\pi\eta \text{ és}$$

$$\lg F_\delta = 2\lg rv + \lg c\rho, \text{ ezért}$$

a $\lg r$ v függvényében ábrázolva $\lg F_s$ -et illetve $\lg F_\delta$ -t, olyan egyeneseket kapunk, amelyek meredeksége egy, illetve kettő.

Két szemelvényt közlünk Király László: *A problémamegoldó gondolkodás fejlesztésének lehetőségei a fizikaórán* című kéziratából. Az egyik a *Természeti jelenségek fizikája*, a másik a *Rejtélyek és paradoxonok* című fejezetből való.