Hogyan jobban?

JUHÁSZ NÁNDOR

Kollegáink mindennapi teendőik mellett és közben a tehetséggondozást mindig aktuális feladatként kezelték. Ez is magyarázza, hogy a címben foglalt kérdés, matematikai szűkszavúsága ellenére, régtől fogva folyamatosan foglalkoztatja és meghatározza a csongrád megyei matematika szakos nevelők tehetségkutató és fejlesztő tevékenységét. E nagymúltú és szép sikereket eredményező munka tömegmozgalommá nőtt napjainkra. Ezt az áldozatvállalást kívántuk segíteni, amikor kilenc évvel ezelőtt, az akkori megyei Pedagógiai Intézet égisze alatt elindítottuk a tizenkét számot éppen hogy megélt szakmai folyóiratunkat, a Hogyan jobban?-t. Hiába volt a lap népszerű, a tartalma színvonalas, szerzői elismert szakemberek; a kiadó nem kívánta életben tartani, csakúgy, mint a még rövidebb életű, – elsősorban tanulóknak irott – Keresd a megoldást! című ikertestvérét. A tanévenként két-két számmal megjelenő szaklapjaink mindegyikének a beköszöntőjében, 1984-ben így fogalmazta meg legfőbb törekvésünket a szerkesztő, Tatár István Apáczai-díjas vezető szakfelügyelő: „e kiadványok minden betűjükkel gyermekeink eredményesebb nevelését, oktatását szolgálják”.

A körülmények egyre nehezedtek, de a cél maradt, sőt bővült, még akkor is, ha más utakat, lehetőségeket kellett keresnünk a kis tehetség-palánták felkutatására és matematika iránti érdeklődésük megőrzésére, fokozására.

A megyei TIT keretei között, a Pedagógiai Intézet közreműködésével elindított *Kis Matematikusok Levelező Versenyének* kezdeti egyszemélyes (*Dr. Puskás Albertné* szervezte) formájából mára 15 fős aktív szakmai alkotócsoport által irányított, szervezett tehetségfejlesztés bontakozott ki a megyében, a 11-14 éves korú, érdeklődő tanulók százainak rendszeres foglalkoztatására. Immár hagyományosan öt fordulót bonyolítunk le tanévenként, 5-8. osztályokban, minden évfolyamon külön feladatlapokkal. Mivel egy-egy feladatlap mindig négy feladatot tartalmaz, versenyünk egy tanévben 80 darab szép és értékes feladatot jelent, azok lehetséges, részletes és precíz megoldásainak kidolgozásával együtt. Úgy véljük, ez staisztikailag sem csekély kínálat. Verseny-szisztémánkban ugyanis nemcsak folyamatos feladatadással kívánjuk a tehetségnevelést szolgálni, hanem a tanulói munkák alapos elemzésével és értékelésével is olymódon, hogy minden forduló anyagát az értékelő szakzsűri valóban javítja. Jelzi az esetleges hibákat, a téves megoldásokhoz segítő megjegyzéseket fűz, jó tanácsokat ad. Az így értékelt tanulói munkákat – esetenként többféle megoldási módot is tartalmazó – javítókulccsal együtt visszajuttatjuk a megoldókhoz. îlymódon a versenyzők folyamatos visszajelzést kapnak az elért pontszámaikról és a verseny állásáról, a javítókulcsból pedig új ötleteket meríthetnek. Reményeink – és eddigi meggyőző tapasztalataink – szerint ezzel sikerül folyamatosan ébrentartani érdeklődésüket és vágyukat újabb érdekes feladatok iránt.

Mitől érdekes egy feladat?

Didaktikus válasz: ha jól motivált. Mik tehetik a feladatot jól motiválttá?

Ha megnyerő küllemű, első látásra-olvasásra felkelti az érdeklődést.

Riasztó bonyolultsága is arra ingerel, hogy *„ezt még egyszer el kell olvasni! Hogy is van ez?”*

Ha a memóriának nemcsak a (tan)tárgyi ismeretek szféráját mobilizálja, hanem a mindennapi élet – vagy más szakterületek – közismert tapasztalataira is apellál. Mozgósító erejű, öngerjesztő hatású, ha eljuttatja az egyént addig, hogy kimondja: *„nekem ezt illene tudni, annyira ismerős!”*

Ha elindítja a fantáziát, ami eredeti ötletek megalkotásához vezethet (a tehetség konstruktivitása, originalitása funkcionál).

Hogyan felelhet meg egy feladat e motivációs kritériumoknak?

Ha életkorhoz illő.

Ha valami miatt (térben, időben, témában) aktuális.

Ha a megoldó érintettnek (illetékesnek) érzi magát a szituációban; mert róla szól vagy valamihez, amit már tud, nagyon hasonlít.

Ha váratlanul túl távoli dolgokat hoz kapcsolatba egymással.

Ilyen megfontolások miatt kerül például rendszeren valamelyik feladatba az aktuális évszám.

Példák

1.1 Ha elkezdjük leírni az egymás után következő pozitív egész számokat az 5-ös számtól kezdődően addig, amíg közben összesen 1992 darab számjegyet le nem írunk, milyen számjegy fog állni az 1992. helyen? Hányszor fordult elő ez a számjegy, amíg az 1992 darab számot leírtuk?

1.2 Összeadtunk 1991 darab pozitív egész számot, az összeg páros szám lett. Lehetséges-e, hogy ugyanennek az 1991 darab pozitív egész számnak a szorzata páratlan?

1.3 Számítsd ki a következő összeg pontos értékét!

$$\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\dots+\frac{1}{1992\cdot 1993}=$$

1.4 Melyik tört a nagyobb?

$$\frac{10^{1991}+1}{10^{1992}+1} \quad \text{vagy} \quad \frac{10^{1992}+1}{10^{1993}+1}$$

1.5 Mi a következő összeg utolsó jegye? Miért?

$$1992^{1993} + 1993^{1992}$$

1.6 Melyik az a legkisebb természetes szám, amellyel az 1993-at megszorozva olyan számot kapunk, amelynek utolsó négy számjegyét egybeolvasva az eredmény 1992 lesz?

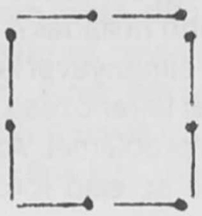
A levelező fordulók jellegéből következik, hogy a négy feladat megoldásához rendelkezésre álló minimum két hét alatt tetszés szerinti ideig és korlátlan segítség bevonásával dolgozhatnak a versenyzők. Versenybizottságunk ugyanis azt vallja, hogy minden perc haszon, amit ilyen problémák megoldásával töltenek a tanulók, hiszen ezek csak eszközök saját épülésük, fejlődésük szolgálatában – még akkor is, ha egy-egy ötlet nem a saját termékük (mástól származik). Gyakran adunk olyan „darabolós-összerakós” – esetleg konkrét kísérletek végrehajtását igénylő – feladatokat, amelyek a tanulók konstrukciós, kombinatív képességeit veszik igénybe és aktivizálják. Különösen szívesen foglalkoznak ilyenekkel alsóbb évfolyamokon.

Példák

2.1 Mutasd meg rajzban, hogyan lehet szétvágni egy négyzetet húsz darab kisebb négyzetre!

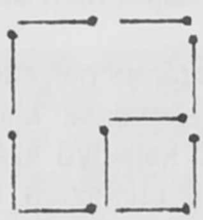
2.2 A következő feladatokhoz gyufaszálakra lesz szükséged.

a. Nyolc darab gyufaszálból rakd ki a következő négyzetet!



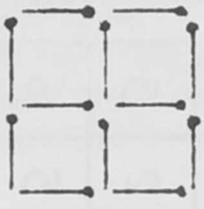
Helyezz át úgy gyufaszálakat, hogy két négyzetet kapj!

b. Tíz gyufaszálból állítsd elő a következő ábrát!



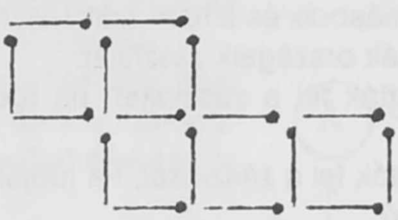
Kettő gyufaszál áthelyezésével állíts elő három négyzetet!

c. Tizenkét gyufaszálból készítsd el ezt az ábrát!



Három gyufaszálat helyezz át úgy, hogy három négyzetet kapj!

d. Tizenhat gyufaszál felhasználásával készítsd el ezt az ábrát!



Két darab gyufaszálat helyezz át úgy, hogy négy négyzet maradjon!

2.3 Rajzolj két centiméteres oldalakkal két négyzetet! A négyzetek oldalait kék színessel húzd meg! Mindkét négyzetben pirossal húzz meg egy átlót! Ollóval vágd ki a négyzeteket és az átlók mentén is vágd szét őket! Így négy darab egybevágó háromszöget kapsz, amelyeknek egyik oldala piros és két oldala kék. Ha e négy háromszöget azonos színű oldalaik mentén valahogyan egymás mellé illeszted, akkor konvex sokszöget kapsz. Rajzold le négyzetrácsos lapra, milyen sokszögek állíthatók így elő!

2.4 Pali és Peti öt-öt darab, egyaránt 36 cm hosszú drótból tégla élvázat készített. Az élek hossza egész centiméterekben mérhető. Mindegyik téglaélvázhoz pontosan 36 centimétert használtak fel. Pali kijelentette, hogy szerinte az elkészült tíz test között nincs két egybevágó. Igaza lehet-e Palinak? Indokold a válaszodat!

2.5 Több téglalap alakú, 20 cm hosszúságú és 12 cm szélességű papírlapom van. Egy-egy parírlapból egy-egy olyan kocka hálózatát készítettem el, amelynek élhossza egész centiméterekben mérhető. Minden papírlapon más-más méretű kocka hálózata található. Készítsd el a hálózatok rajzait négyzetrácsos lapon! Melyik hálózat esetén marad a legtöbb és melyiknél a legkevesebb hulladék?

A konstruálás mindig valamiféle alkotás élményével kecsegtet, legyen az egy adott feltételeknek eleget tevő szám vagy alakzat létrehozása. Nemtől és kortól függetlenül izgalmas terület lehet, ha jól „adagoljuk" a problémát. Az előző példáktól – amelyeket főként 5-6. osztályosok részére tűztünk ki az első fordulók valamelyikében – talán érzékelhető a következőkig húzódó gondolati ív.

Példák

3.1 Egy ötjegyű telefonszámról a következőket tudjuk: az első számjegy megegyezik az utolsóval, a második számjegye megegyezik az utolsó előttivel, a középső számjegye 2. A telefonszám osztható 18-cal,de nem osztható 4-gyel és nem nullára végződik. Te milyen számot hívnál?

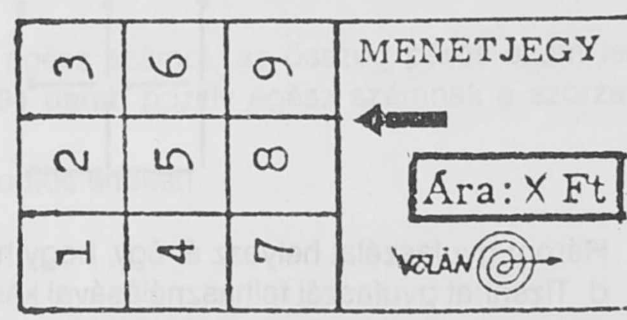
3.2 A ROVAR szóban minden betű egy számot helyettesít. Az azonos betűk azonos számjegyet, a különbözők különbözőket jelentenek. Mindegyik számjegy prímszám. Prím továbbá az RO betüknek megfelelő kétjegyű szám is. Tudjuk még, hogy az eredeti ötjegyű szám jegyeinek összege is prímszám. Melyik ötjegyű számot rejti a ROVAR szó?

3.3 Képezz a 2, a 4 és a 9 számjegyek felhasználásával háromjegyű számokat! (A számokban a számjegyek ismétlődhetnek)

a. Hány háromjegyű szám képezhető?

b. Ezek közül hány olyan van, amelyekben mindegyik számjegy különböző?

c. Hány olyan szám van, amelyben legalább kettő számjegy különbböző?



3.4 Hány különböző lyukasztás lehetséges az autóbuszjegyen, ha a készülék egyszerre három számot lyukaszt?

3.5 Egy nemzetközi teniszverseny döntőjébe két magyar, egy német, két angol, egy lengyel és egy olasz versenyző került be. Az első, a második és a harmadik helyezett versenyző tiszteletére az eredményhirdetéskor felhúzták országaik zászlaját.

a. Hányféleképpen húzhatták fel a zászlókat, ha tudjuk, hogy az első helyezett magyar volt?

b. Hányféleképpen húzhatták fel a zászlókat, ha tudjuk, hogy az első három helyezett más-más országból való?

Egy feladat és mutációi

Tapasztalataink szerint különös varázsuk van azoknak a feladatoknak, amelyek első olvasásra szinte észre sem vehető mértékben térnek el egymástól. Ezeknél tipikus eset, hogy a felületes feladatmegoldó, éppen a feladatok latszólagos azonossága miatt, elhamarkodottan dönt, így zsákutcába jut, csapdába esik. Aki erre előbb vagy utóbb rájön, vagy akit rávezetünk, példaértekű ismerethez, módszerhez jut. nem titkolt célunk ugyanis – főként felsőbb évfolyamokon – a tévutakra csábítás, a tévelygés közben és a korrigálás során szerezhető tapasztalatok megélése, begyűjtése érdekében.

Példák

4.1.a Egy három egység élű tömör kockát befestünk pirosra, majd lapjaival párhuzamos vágásokkal feldaraboljuk egységnyi élű kis kockákra. Hány darab olyan kis kockánk lesz, amelynek három lapja piros, hány olyan, amelynek kettő és hány, amelynek egy? Hány lesz, amelynek nincs piros lapja?

4.1.b Egy négy egység élű, fehér anyagból készült tömör kockát kívülről kékre festettünk, majd a lapjaival párhuzamos vágásokkal feldaraboltunk egységnyi élű kis kockákra. Hány olyan kis kockánk lesz, amelynek nulla, egy, kettő, három, négy, öt, hat lapja maradt fehér?

4.1.c Bizonyos számú, egységnyi élű kis kockából összeragasztottunk egy nagyobb kockát. Ennek a nagyobb kockának néhány lapját befestettük. Miután a festék megszáradt, szétszedtük a nagy kockát kis kockákra A kis kockák között pontosan 45 darab olyan volt, amelyiknek egyetlen lapja sem volt befestve. A nagy kockának hány lapja lehetett befestve?

4.2.a A és B városok egy széles, egyenes folyószakasz két oldalán helyezkednek el, a folyótól különböző távolságra. A folyón átvezető híd építését tervezik. Hová építsék a hidat, hogy a két várost összekötő út a legrövidebb legyen?

4.2.b A és B városok egy széles, egyenes folyószakasz két oldalán helyezkednek el, a folyótól különböző távolságra. A folyón átvezető híd építését tervezik. Hová kellene a hidat építeni, hogy a két várost összekötő út is és a híd is a lehető legrövidebb legyen?

4.2.c A és B városok egy széles, egyenes folyószakasznak ugyanazon az oldalán helyezkednek el, a folyótól különböző távolságra. A folyó városok felőli partján kikötőt akarnak építeni. Hová építsék a kikötőt, hogy a két várost összekötő, a kikötőn áthaladó út a lehető legrövidebb legyen?

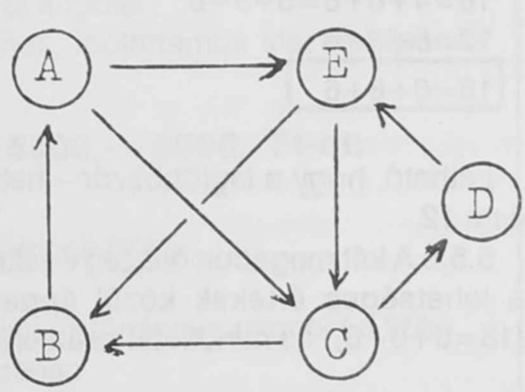
A nehéz, bonyolult problémák között felüdülést jelenthet néhány hangulatos szituációt megelevenítő szövegezésű feladat, melyek megoldásához elsősorban a napi leckék törzsanyaga nyújt segítséget, vagy legalábbis annak igen konstruktív felhasználását igénylik.

Példák

5.1 A gyerekek piros tojást, tarka tojást, cukorkát és csokoládét csereberélnek. Két piros tojásért adnak egy csokit, egy csokiért egy tarka tojást és két cukorkát, hat cukorkáért jár egy piros tojás. Hány cukorkáért lehet kapni egy tarka tojást?

5.2 Egy majomcsalád egy erdei tisztáson él. A tisztás körül öt fa van, mindegyik más-más gyümölcsöt terem. Ez a majmok eledele.

a. Nyilakkal ábrázoltuk a majmok egy napi útját – reggeltől estig – egyik fától a másikig. Állapítsd meg, hol aludtak az előző éjjel és hol térnek ma nyugovóra?



b. A következő napon újra bejártak minden fát, de akkor három útszakasszal kevesebbet tettek meg. Hol aludtak a következő éjjel? Rajzolj!

c. A harmadik napra az öreg majom nagyon elfáradt és még ennyi útszakaszt sem akart megtenni, de minden fa gyümölcséből szeretett volna enni. Rajzold le, milyen úton haladjon az öreg majom!

5.3 Egy kocka alakú szoba egyik sarkában ül egy pók, amely mint tudjuk, nem tud repülni. A szoba átellenes sarkában van egy légy. A pók szeretné megfogni a legyet. Hogyan haladjon, hogy a legrövidebb utat tegye meg a légyig, amely közben nem mozdul a helyéről? Mekkora ez a távolság, ha a szoba oldalai öt méter hosszúak?

5.4 Az asztalon száz darab színes üveggolyó van. Két gyerek – A és B – a következő szabály szerint társasjátékot játszik: felváltva vehetnek el a golyókból, egyszerre legalább egyet, de legfeljebb hetet. Az nyer, aki az utolsó darab üveggolyót elveszi. A kezdő játékos jó taktikával tudja-e biztosítani, hogy ő nyerjen, akárhogyan játszik is a társa?

5.5 Csilla három dobókockával egyszerre dob. Minden dobás után az egyes kockák felső lapján levő számokat összeadja. Sok dobás elvégzése után milyen összeg fog a leggyakrabban előfordulni?

a. Mely számok összegeként kapja legtöbbször ugyanazt az eredményt?

b. Vajon a dobott három szám összege gyakrabban lesz-e tizennyolc, mint három?

Végezetül *álljon itt egy szép megoldás* (5.5), ami látványában is érzékelteti a rendszerezett gondolatokat!

5.5.a Mindhárom dobókockán egytől hatig szerepelnek a számok. Az egy-egy kockán felületre kerülő számok egymástól függetlenül akkor is 1, 2, 3, 4, 5, 6 lehetnek, ha egyszerre dobunk a három kockával.

Így a lehetséges esetek száma $6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$. A három szám összege szempontjából ezek közül a dobások közül természetesen nem tekinthetők különbözőknek például a $2+3+4$ és a $4+2+3$. Meg kell tehát vizsgálni, hogy az 1, 2, 3, 4, 5 és 6 számjegyek közül véletlenszerűen kiválasztott három darab milyen különböző összegekként állhat elő.

$\boxed{3=1+1+1}$

$4=1+1+2$

$5=1+1+3=1+2+2$

$6=1+1+4=1+2+3=2+2+2$

$7=1+1+5=1+2+4=1+3+3=2+2+3$

$8=1+1+6=1+2+5=1+3+4=2+2+4=2+3+3$

$9=1+2+6=1+3+5=1+4+4=2+2+5=2+3+4=3+3+3$

$10=1+3+6=1+4+5=2+2+6=2+3+5=2+4+4=3+3+4$

$11=1+4+6=1+5+5=2+3+6=2+4+5=3+3+5=3+4+4$

$12=1+5+6=2+4+6=2+5+5=3+3+6=3+4+5=4+4+4$

$13=1+6+6=2+5+6=3+4+6=3+5+5=4+4+5$

$14=2+6+6=3+5+6=4+4+6=4+5+5$

$15=3+6+6=4+5+6=5+5+5$

$16=4+6+6=5+5+6$

$17=5+6+6$

$\boxed{18=6+6+6}$

Látható, hogy a legtöbbször – hatféleképpen – előforduló összegek a 9, a 10, a 11 és a 12.

5.5.b A két megadott összeg értéke azonos gyakorisággal fordulhat elő, hiszen ezek a lehetséges értékek közül éppen a legkisebb ($3=1+1+1$) és a legnagyobb ($18=6+6+6$); és mindkettő csak egy-egy dobáskor lehetséges.

A szándék

E válogatás ízelítőt kívánt nyújtani abból a sokéves munkából, amelyet hallatlan és töretlen lelkesedéssel végez minden résztvevő, legyen az a feladatok kitűzője vagy megoldója. A példákkal talán sikerült érzékeltetni, hogy nem törekedtünk mindenkor arra, hogy a feladataink eredetiek legyenek. Bizonyára az olvasó is találkozott már többségükkel. Mi is a forgalomban lévő tankönyveket, feladatgyűjteményeket, példatárakat böngészve akadtunk rá az éppen odaillőnek vélt feladatokra. Legfeljebb többé vagy kevésbé átfogalmazva, új köntösbe bújtatva hozzuk forgalomba azokat. Megesik, hogy egy régebbi, hétköznapinak gondolt feladat ad ötletet egy mai probléma megfogalmazásához. Néha tanítványaink új gondolatai vagy tévedései segítenek hozzá az új feladat születéséhez. Valamennyien sajnáljuk, hogy a tíz-húsz éve megjelent nagyszerű válogatások (feladatgyűjtemények, szakköri füzetek) végleg kifogytak az üzletekből, néhol még a könyvtárakból is, és nem hozzáférhetőek. Önképző célzattal nem adhatjuk tanítványaink kezébe. Örvendetes viszont, hogy napjainkban egyre több sikeres kiadvány lát napvilágot és igyekszik pótolni e hiányt.

Az ISKOLAKULTÚRA módszertani cikkpályázatának eredményei

Lapunk 1992-ben is meghirdetett egy cikkpályázatot. A pályaműveket szerkesztőségünk elbírálta. Első díjat nem adtunk ki.

Két mű kapott második díjat, egyenként 7000,- – 7000,- Ft-ot:

Adorján Ferencné: Természettudományról angolul

Takács Gáborné: Időpontok megadásának, időtartamok kiszámításának tanítása

Öt mű kapott harmadik díjat, egyenként 5000,- – 5000,- Ft-ot:

Budaházy Éva: A szintézis-teremtés útjai

Iván Csaba: Kiss Anna: A macskaprémkalapos hölgy

Poór Zoltán: Szép időnk van...

Fükéné Walter Mária – Füke László: A tudománytörténeti szempont a fizika tanításában

Rózsahegyi Márta – Wajand Judit: Mégegyszer az elektrokémiáról

A díjazottak, és azok a további pályázók, akik díjat ugyan nem kaptak, de művüket közölni kívánjuk, levélben kapnak tőlünk értesítést.

Az ISKOLAKULTÚRA szerkesztősége