
Milyen volt a görög zene hangsora?

TÓTFALUSI ANDRÁS

Amikor azt a közhelyet használjuk, hogy „a régiek már mindent tudtak” – többnyire az antik görög és római kultúrára gondolunk. Valóban tagadhatatlan, hogy ez a két nagy birodalom messzeható eredményeket ért el a tudomány, az irodalom, a technika, a jogalkotás stb. terén. Elég csak arra gondolni, hogy a görög amfiteátrumok akusztikai viszonyainak tökéletességét ma is csodáljuk; a rómaiak vízvezetékrendszere, vagy a padlófűtés technikája nem sokban marad el a XX. századétól. A jogalkotásnak pedig szerves része a római jog.

Most pedig érdemes figyelmünket a régi görögökre fordítani. A görög birodalom fennállásának kb. másfél évezrede alatt csodálatos építményeket hozott létre, amelyekből soknak a maradványai ma is láthatók, és a turistautak kedvelt célpontjai. A történelem folyamán a demokrácia klasszikus formái legmarkánsabban Athénban nyilvánultak meg. A filozófia addig el nem ért magaslatokra emelkedett, amit olyan nevek fémjeleznek, mint pl. Zénón, Démokritosz az i.e. V. században, vagy egy évszázaddal később Szókratész, Platón és Arisztotelész. A görög dráma Szophoklész és Euripidész óta fogalomnak számít. És az a terület, ahol talán a legmaradandóbbat alkotott Görögország, az a matematika.

Szintén a közhelyek közé tartozik (és így persze evidencia), hogy a matematika ekkor vált deduktív tudománnyá. A korábbi idők matematikája – itt elsősorban Egyiptomra és Mezopotámiára kell gondolnunk – nélkülözött bármiféle bizonyítást, és az axiomatizálásnak, vagy bármiféle alaposabb rendszerezésnek még nyoma sincs ekkor. Az egyiptomi papiroszok zömmel egyszerű számításokat közölnek az 1 számlálójú ún. törzstörtekkel. A geometriai számítások kimerülnek az egyszerűbb terület- és térfogatszámításokban. A mezopotámiai agyagtáblák fejlett számológépségről tanúskodnak: egyszerűbb másod- és harmadfokú egyenletek megoldásához táblázatokot készítettek, amelyeket úgy állítottak előre össze, hogy minél egyszerűbben lehessen számolni. Mindkét birodalom matematikáját az jellemzi, hogy mindig kész „receptet” közölnek indoklás nélkül. Ezenkívül egyetlen matematikust sem ismerünk ebből a korból.

A görög matematika döntően akkor lépett előre, amikor kb. i.e. 600 körül Thalész már nem tekintette magától értetődőnek az olyasféle állításokat, mint pl. „A kört átmérője felezi.” Ez azt jelzi, hogy ekkortájt jelent meg a bizonyítás igénye. Ezzel el is érkeztünk ahhoz az időszakhoz, amely témánk szempontjából nagyon fontos: nevezetesen Püthagorasz és a tanítványai által létrehozott ún. pitagoreus iskola munkásságához. De mielőtt ezt áttekintenénk, vessünk egy rövid pillantást az ezt megelőző időszak görög zenéjére!

Ősidők óta használták a lantot (gondoljunk csak a mitológiabeli Orpheusra!). Annyit tudunk csak biztosan a korabeli ábrázolások alapján, hogy 4 húrja volt, de a hangolást nem ismerjük. I.e. 700 körül Terpandrosz 7-re növelte a húrok számát. Az i.e. VII. század környékén Hermész megalkotta a „lüra” nevű hangszeret, amely teknősbéka páncéljára kifeszített bélhúrokból állt. A hangolásáról azonban nem tudunk semmit. E téren az első adat az, hogy az i.e. VI. század táján megjelenő fúvós hangszereken a kvintet (5 hangköz) nagy tercre és félhangokra osztották. Ekkor kezdtek kialakulni olyan hangskálák, amelyekben előfordultak negyed hangközök, vagy még ennél is szűkebb intervallumok. Az ilyen skálákat „enharmonikus” skálának hívjuk. A régi leírásokból úgy tűnik, hogy ekkoriban ezt a zenét találták kellemesnek. Ez azonban vi-

szonylag gyorsan, kb. 60 év alatt megváltozott, és ezzel együtt a zenei ízlés is. Máig is rejtély, hogy mi okozta ezt az akkori mértékkel mérve igen gyors változást! Az okok közül azonban egy biztos: a pitagoreus iskola munkássága döntően befolyásolta ezt a folyamatot.

De ki is volt tulajdonképpen *Püthagorasz*? Már kortársai és a közvetlen utókor is meglehetősen ellentmondásos képet rajzolt róla: egyfelől csodatévőnek, rendkívüli tudósnak tartották, másfelől csalónak, szélhámosnak kiáltották ki. Azonban a legendák és a hagyományok szövedékéből kihámozható, hogy létrehozott egy különös vallási szektát, amelyet épp az ő neve nyomán neveztek el pitagoreus szektának. Aki ebbe a szektába be akart lépni, annak nagyon szigorú feltételeket kellett teljesítenie: aszkétikus életmód mellett, sok meditálással arra kellett törekednie, hogy lelke megtisztuljon a földi lét szennyétől, majd végül Istennel egyesüljön. A többi, ekkoriban létező szekta hasonló célokat tűzött ki, ami azonban a pitagoreusokat megkülönbözteti tőlük, az az elképzelésük, hogy a lélek e megtisztulási folyamatát a zenével és a matematikával való intenzív foglalkozás teszi lehetővé! Püthagorasz és tanítványai a matematikát négy részre osztották: geometria, aritmetika, csillagászat és zene. Ez a felosztás egyébként hosszú időre meghatározta az oktatást: ez a négy terület még a középkori Európa nagy egyetemén is együtt szerepelt „quadrivium” néven.

A pitagoreus filozófia alapvető állítása: „Minden szám!” Számon ők kizárólag természetes számokat értek. Vallásukat áthatja a számmissztika, amely valószínűleg ősi eredetű, bár ők minden bizonnyal Mezopotámiából vették át. A számok közül alapvető fontosságú az 1, 2, 3 és a 4. Majd látjuk, hogyan építik fel e számokból a zenei hangközöket. Ezeket a számokat kirakták kavicsokból is úgy, hogy egy háromszöget formáltak belőlük:



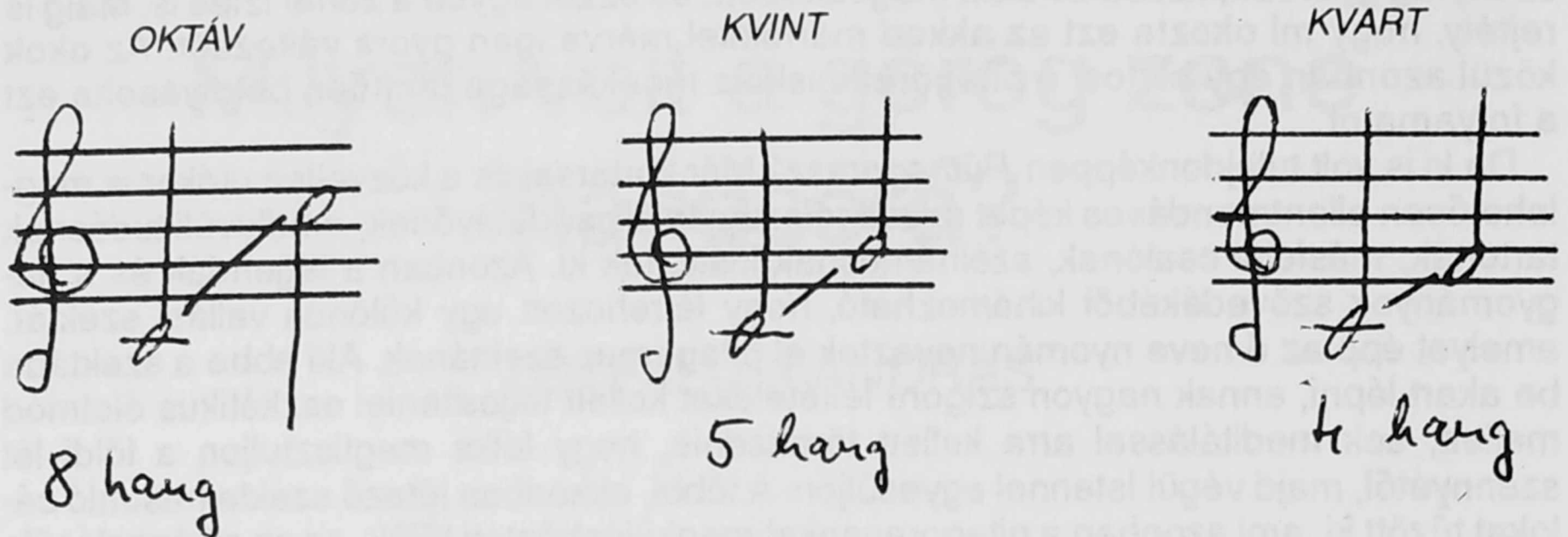
1. ábra

Ezt a háromszöget „tetraktüs”-nek hívták, és bűvös erőt tulajdonítottak neki. Egyébként így, kavicsokból más geometriai alakzatokat is kiraktak (négyzet, téglalap, ötszög stb.), és ezek az ún. figurális számok később fontos számelméleti felfedezésekhez is vezettek. Nézzük meg most, hogyan alakultak ki azok a hangközök, amelyeket a pitagoreusok fedeztek fel!

Több legenda is szól arról, hogy Püthagorasz hogyan fedezte fel a hangközöket. Itt most először a három alapvető hangközre gondolunk, az oktávra, a kvintre és a kvartra, amelyek a fül számára a legkellemesebbek (2. ábra)

Állítólag Püthagorasz egy kovácműhely mellett elhaladva észrevette, amint az üllőre esve más-más súlyok más hangokat keltenek, és a keletkező hangközöknek adott súlyarányok felelnek meg. Ezt a Görög gondolkodók című kötetben olvashatjuk.

Püthagorasz egyik tanítványa, *Lhaszosz* vízzel telt edényekkel kísérletezett, különböző magasságokig töltve az edényeket, így vizsgálva a hangközöket. Egy másik tanítvány, *Hippaszosz* különböző vastagságú fémkorongokat megpendítve észrevette, hogy a vastagságok arányosak a keletkező hangközökkel. Vajon ezek közül a legendák közül melyik hiteles? Úgy tűnik, hogy egyik sem, ugyanis a zenei szakkifejezések teljesen másra utalnak!



2. ábra

„Horoi” – határpontot jelent görögül. „Diasztéma” jelentése: szakasz vagy intervallum. Másrészt tudjuk, hogy Püthagorasz a halálos ágyán tanítványai lelkére kötötte, hogy „szorgalmasan játsszanak monochordon”. Mi is ez a monochord? Erre szerencsére van hiteles forrásunk! *Gaudentiosz Harmonica introductio*-jában pontosan le van írva ez a hangszer, és az is, hogy ennek segítségével hogyan fedezte fel Püthagorasz a hangközöket. Lássuk ezt a leírást! Püthagorasz kifeszített egy húrt egy mérőlécc (az ún. kánon) fölé, amelyet 12 részre osztott. (Itt említjük meg, hogy a leírás ebből az egy szempontból nem hiteles: ugyanis a 12 részre osztás valószínűleg későbbi eredetű, így Püthagorasz minden bizonnyal osztatlan kánonnal kísérletezhetett.) Azt vette észre Püthagorasz, hogy ha előbb a teljes húrt, tehát 12 egységnyi részt pendít meg, aztán a felét, tehát 6 egységet, akkor oktávot hall, és ehhez a hangközhez a 12:6 arány tartozik. Ha viszont előbb 12, majd 8 egységnyi rész szól, akkor kvint keletkezik, és ehhez a 12:8 arány tartozik. Végül, ha a 12 egység után a 9 egység szól, akkor kvart keletkezik, és ehhez a 12:9 arány tartozik. A „horoi” szó azt jelentheti, hogy hová kellett helyezni azt a kis hidat, amely elválasztja a némán maradó húrszakaszt a „zengő” szakasztól.

Ha azonban arra gondolunk, hogy ez a 12 részre osztás későbbi, úgy az is adódik, hogy egy húron kísérletezve az oktávnak megfelelő legegyszerűbb arányszám a 2:1, a kvinté a 3:2 és a kvarté a 4:3. Így rögtön látjuk, hogy a pitagoreusok számára ez „igazolhatta” azt a feltevésüket, miszerint „minden szám”, hiszen láttuk a tetraktüsznél, hogy az 1, 2, 3, 4 számok misztikus jelentéssel bírtak számukra.

Az eddig leírt felfedezések további következménye, hogy pl. az oktáv kétféleképpen is felbontható: ha a kvint áll előbb, akkor a két hangköznek megfelelő arányok 12 részre osztás mellett: 12:8 és 8:6, viszont ha a kvart áll előbb, akkor 12:9 és 9:6. Azonnal adódik, hogy pl. a kvint jellemző arányszáma lehet a 12:8, de a 9:6 és a 3:2 is. Ugyanígy a kvart esetén a 12:9, a 8:6, végül a 4:3 is. Ez a felismerés egyrészt nagyon fontos volt a hasonlóság fogalmának a kialakításában, másrészt az is kiderült, hogy ha két hangközt összeadunk, akkor ez a nekik megfelelő arányok összeszorzásának felel meg! A kvint+kvart felbontás esetén $(12:8) \times (8:6) = 12:6$. Ez igen fontos művelet: *Euklidész Elemek* című művének VII. és VIII. könyve, amely arányelméleti kérdéseket tárgyal, ezt a műveletet „arányok összetevése” néven említi. Az a:b és c:d arányok „összetevése” után az ac:bd arány keletkezik.

Visszatérve a hangközökhöz, az is nyomban kiderül, hogy hangközök kivonása a nekik megfelelő arányok osztásának felel meg. Ez az utóbbi művelet az alapja annak a hagyománynak, amelyről többek között a *Vita Pitagorica*-ban olvashatunk: Püthagorasz állítólag a kísérletei közben vette észre a további hangközöket: először megnézte, hogy a kvint mennyivel haladja meg a kvartot. Ez a nekik megfelelő arányok osztásával adódik: $(3:2) : (4:3) = 9:8$, ez az egész hangköz. További két hangköz-kivonással (vagyis arányosztással) jutunk az ún. nagy félhangközhez, amelyet görögül diesis vagy limma néven hívnak. A két osztás: $(4:3) : (9:8) = 32:27$, majd $(32:27) : (9:8) = 256:243$, ez a diesis. Végül szerepel egy igen szűk hangköz, amely a pitagoraszi skála legkisebb hangköze, és egyben egysége, az ún. apotomé, vagy magyarul a kis félhangköz, amely az egész és a nagy

félhangköz különbsége, és aránya könnyen számítható: $(9:8) : (256:243) = 2187:2048$. Ezt az elképesztően kicsi hangközt biztosan nem érzékeli az emberi fül. Az ezekből a hangközökből felépülő ún. diatonikus hangskála meghatározó fontosságú volt egészen a XVIII. század elejéig, amíg *Johann Sebastian Bach* művei nyomán el nem terjedt az ún. temperált skála, amelyről később röviden szólunk.

Szinte minden régi és újpitagoreus zenei írónál találkozunk az imént felsorolt arányok számaival. A későbbi újpitagoreusok, de főként *Nikomakhosz* i.u. 100 táján, és *Jamblikhosz* i.u. 300 körül hosszasan és fennkölt stílusban írnak a számok misztikus jelentéséről és a hangközökről.

Végül nézzük meg azt, hogyan alakult ki nem sokkal ezután egy másik, érdekes hangskála, amely csak részben egyezik a pitagoraszival. Ennek létrehozója *Arkhütasz*, aki a régi pitagoreusok utolsó és igen különös képviselője. Tarasz (ma Taranto) városában született i.e. 428 körül és i.e. 365 körül halt meg. Rendkívül sokoldalú ember volt: a kockakettőzés déloszi problémáját megoldotta egy igen rafinált térbeli szerkesztéssel. A nevéhez fűződik a mechanika első matematikai alapon való tárgyalása, és mindemellett számos gépet szerkesztett, és szülővárosának éveken át megbecsült vezetője, törvényhozója és hadvezére. A matematika- és zenetörténet számára különösen fontos az, hogy mint Platón személyes barátja, ő ismertette meg a nagy filozófussal a pitagoreus tanokat, és ezzel együtt természetesen a zene- és arányelméletet. *Arkhütasz* munkásságát zömmel két olyan munkából ismerjük, amely más neve alatt maradt fenn: *Euklidész Elemek* című művének VIII. és részben IX. könyvéből, amely arányelméleti kérdéseket tárgyal, valamint a *Katatomé Kanónoszból*, amelyet latinosan „*Sectio canonis*”-ként emlegetnek. Ez utóbbi a már tárgyalt kánonon végzett műveleteket mutatja be. Ezekből a művekből kiderül, hogy *Arkhütasz*nak köszönhető a zeneelmélet számelméleti alapjainak lerakása, valamint az akkoriban „divatba jövő” új hangskálák pontos leírása. Ez utóbbi leírása – mint azt látni fogjuk – nagyon rejtélyes. A pitagoreusokat kezdettől fogva nagyon izgatta a matematikai közepek vizsgálata. A számtani és a harmonikus közepeket már nagyon régóta ismerték (Babilonban sok feladatnál használták), így szinte biztos, hogy a görögök keleti közvetítéssel ismerték meg őket. A pitagoreusok éppen azt vették észre, hogy a 12 részre osztott mérőlécen a kvint képzésénél szereplő 9-es szám a 12 és a 6 számtani közepe, míg a 8-as harmonikus közepe! Azt is rögtön észrevették, hogy az oktávnak mindkét felosztása olyan, hogy a két részhangköz nem egyenlő. Felvetették hát azt a kérdést, hogy az oktávot fel lehet-e bontani két, zeneileg egyenlő részre. Ennek a kérdésnek a vizsgálata vezetett el később az irracionális számok felfedezéséhez. Hamar kiderült, hogy az oktáv ilyen felbontása nem létezik abban az értelemben, ahogy a pitagoreusok értették, azaz két egész arányaként nem írható fel. Dehát akkor hogy lehetne további hangközöket képezni? Nos, amint láttuk, Pitagorasz vagy tanítványai a három alaphangközökből arányok osztásával nyertek új hangközöket. De ez a hangskála módosult *Arkhütasz* idejére, azaz kb. i.e. 370 tájára. Az erre vonatkozó legfontosabb forrás meglepő módon egyáltalán nem matematikai jellegű. Platón posztumusz dialógusáról van szó, amely az *Épinomisz* címet viseli. A mű fennkölt hangon, és nagyon talányosan írja le azt a matematikai tananyagot, amelyet Platón ideális államának vezetője betéve köteles ismerni. A filológusok nem boldogultak ezzel a nehéz szöveggel, mígnem matematikátörténészeknek sikerült megfejteni. Érdemes szó szerint idézni azt a részt, amely a hangközök leírását adja: „Végül a kettőzéssel ellentétes erő az, amely a közép felé fordul, és pedig egyrészt a számtani közép szerint, amely ugyanannyival nagyobb a kisebbnél, és kisebb a nagyobbánál, másrészt a harmonikus közép szerint, amely a szélső tagokat azok ugyanolyan törtrészeivel haladja meg és haladtatik meg általuk: 6 és 12 között a 3:2 és 4:3 arányok adódtak.” Eddig az idézet még érthető, hiszen a kvint és a kvart származtatását írja le. De nézzük a folytatást: „Ugyanezekből az arányokból kiindulva s ismét középről mindkét irányba fordulva ajándékozta az ellentétes erő az embereknek a jó hangzású kötöttséget, és a játék, a ritmus, és a harmónia arányos báját, amely a Múzsák boldog körtáncának adatott.”

Vajon mit jelenthet ez a szöveg? Mint kiderül, egészen pontosan itt van leírva *Arkhütasz* hangsora. Ugyanis a szövegben említett „ellentétes erő” közepek képzését jelenti, mégpedig számtani és harmonikus közepet. Így már a szöveg érthetővé válik: a kvintnek meg-

felelő 3:2 arányból számtani közép alkalmazása esetén az 5:4, míg harmonikus középnél a 6:5 arányt kapjuk. A zeneelmélet nyelvén ez úgy fogalmazható, hogy a kvint felbomlik egy nagy és egy kis tercre. Ha pedig a kvart 4:3 arányára alkalmazzuk a számtani illetve a harmonikus közepet, akkor rendre a 7:6, illetve a 8:7 arányokat kapjuk, ami megintcsak a zene nyelvére lefordítva azt jelenti, hogy a kvart felbomlik egy szűkített kis tercre és egy bővített nagy szekundra. Ez a négy alapvető hangköz alkotja Arkhüasz hangsorát. A szöveg utolsó mondata nagyon szemléletesen fejezi ki azt, hogy ekkoriban, tehát kb. i.e. 380 körül ezeket a hangközöket igen kellemesnek találták.

Ezzel kapcsolatban érdemes megjegyezni egy igen érdekes történeti tény: pontosan ekkortájt ment végbe igen gyors ízlésváltozás a zenében. Erre igen jó példa található *Platon* Államának abban a részében, ahol Szókratész és Glaukón beszélget a zenéről. Ebből a dialógusból kiviláglik, hogy a „rég” zene hívei azt állítják, hogy még meghallanak bizonyos „szűk” hangzatokat, és ezeket szépnek találják, míg az „új” zene pártján állók már ezeket nem hallják, illetve nem találják szépnek. Teljesen nyilvánvaló, hogy a régi enharmonikus skálák kiszorulásáról van itt szó, amely folyamathoz tevékenyen járultak hozzá a pitagoreusok, amikor létrehozták az imént taglalt hangskálákat. Igazán különös ebben az, hogy milyen gyorsan szorult ki a régi zene: az egész folyamat kb. 50-60 évig tartott, mivel Arisztotelész idejére, tehát kb. i.e. 320 tájára már szinte csak az új skálák léteztek. Egyébként a zenei hangzásról némi ismeretünk van: az eddig feltárt hat zenei töredék, amely kb. i.e. 150 táján keletkezett, Arkhüasz hangsorát használja. A mai fülnek nagyon különösen és kissé idegenszerűen hangzanak, de ez nem csoda, hiszen a mi fülünk az ún. temperált skálához szokott, amelyet 1697-ben említett először *Andreas Werckmeister* német zeneteoretikus. A temperálás lényege az, hogy az oktávot 12 valóban azonos részre osztja fel, ami által a különböző hangnemek egyenrangúakká válnak (a régi skálánál ez nem így van). Igazán akkor terjedt el ez a skála, amikor J.S. Bach 1722-ben megírta a *Wohltemperiertes Klavier* első kötetét.

Zárásul még egy fontos vonatkozását említsük meg a pitagoreus zenei vizsgálódásoknak: bár nem egzakt tudományként indult, később a zenei vizsgálatok egyre tudományosabb jellegűt öltöttek: Euklidész arányelméleti könyvei tisztán matematikai tartalmúak. És érdemes arra is gondolni, hogy a geometriai hasonlóság fogalmának kialakulása is innen eredeztethető, és végül talán a legfontosabb: az irracionális számok felfedezése közvetlen következménye lett a zenei vizsgálódásoknak.

IRODALOM

Gaudentiosz: Harmonica introductio: Idézve: Görög Gondolkodók I. Kossuth, Budapest, 1993. 59-60. p.

Eukleidész: Elemek. Gondolat, Budapest, 1983.

Eukleidész: Katatomé Kanónosz. Idézve: B.L. van der Waerden: Egy tudomány ébredése. Gondolat, Budapest 1977.

Jamblikhosz: Vita pythagorica. Idézve: Görög gondolkodók I. p. 60-65. Kossuth, Budapest 1993

Platón: Törvények. Platón válogatott művei. Európa, Budapest 1983.

Platon: Állam. VII. könyv. Platón válogatott művei. Európa, Budapest 1983.