

# Arkhimédész törvényének ismerete és alkalmazása az általános iskolában

*Tények és következtetések egy eredményvizsgálatból*

ZÁTONYI SÁNDOR

*Az általános iskolában fizikából Arkhimédész törvénye hagyományosan tananyag. Az első általános iskolai tankönyvek – az 1945 előtti tankönyvekhez hasonlóan – a súlyvesztesség fogalmának az alkalmazásával foglalták meg a törvényt: „Minden folyadékba mártott test annyit veszít a súlyából, mint az általa kiszorított folyadék súlya.” (1) 1958-tól kezdődően a felhajtóerő fogalmának az alkalmazásával határozzák meg a tankönyvek Arkhimédész törvényét: „Minden folyadékba merülő testre felhajtóerő hat, amelynek nagysága a test által kiszorított folyadék súlyával egyenlő.” (2) A lényegyet tekintve, hasonló módon tartalmazza a törvény szövegét a vizsgálatunk idején használt tankönyvek is. (3)*

Arkhimédész törvényének az ismerete az általános műveltség megalapozása, a természettudományos (fizikai) szemléletmód kialakítása és a gondolkodásfejlesztés szempontjából nézve egyaránt fontos része a fizika tananyagának. Az Országos Pedagógiai Intézet, majd pedig az Alapműveltségi Vizsgaközpont által végzett eredményvizsgálatok azonban egyöntetűen azt mutatják, hogy a törvény megértése, alkalmazása sok tanuló számára súlyos problémát jelent. Az Arkhimédész-törvénnyel kapcsolatos feladatok megoldásában a tanulók – az első felmérésektől kezdve a legutóbbi eredményvizsgálathoz bezárólag – gyenge átlageredményt értek el. (4)

Ezért szükségesnek tartottuk megvizsgálni, hogy milyen megértésbeli és metodikai problémák merülnek fel Arkhimédész törvényének elsajátításával és alkalmazásával kapcsolatosan. Ennek érdekében olyan eredményvizsgálatot végeztünk, amelynek feladatmegoldásaiból direkt módon lehet következtetni a tanulók ismereteire és azok alkalmazásával kapcsolatos gondjaira. A vizsgálatra Győr-Moson-Sopron megye területén 31 iskolában, 43 tanulócsoporthoz került sor, 1025 tanuló részvételével.

A 8. osztályos tanulókkal megoldott feladatok és a várt válaszok, megoldások a következők voltak:

1. Hogyan szól Arkhimédész törvénye? (Válasz: A felhajtóerő egyenlő nagyságú a test által kiszorított folyadék vagy gáz súlyával.)

2. Mekkora felhajtóerő hat a vízben levő alumíniumdarabra, ha a kiszorított víz súlya 500 N? (Megoldás: 500 N)

3. A petróleumba merülő réz alkatrészsre 15 N felhajtóerő hat. Mennyi a kiszorított petróleum súlya? (megoldás: 15 N)

4. Vízbe merül az  $1 \text{ m}^3$  térfogatú, 72 000 N súlyú vastömb. 10 000 N súlyú vizet szorít ki.

a) Mekkora felhajtóerő hat a vastömbre? (Megoldás: 10 000 N)

b) Mekkora erővel lehet a vastömböt a vízben fenntartani úgy, hogy egészen a víz alatt legyen? (Megoldás: 62 000 N erővel.)

Az 1. feladatra adott válaszok alapján arról kívántunk tájékozódni, hogy a vizsgálatban résztvevő tanulók milyen arányban tudják felidézni az egy évvel korábban, a 7. osztályban tanult törvényt. A 2-3. feladat megoldatása révén arról akartunk képet kapni, hogy milyen mértékben tudják értelmezni a törvényt konkrét esetekben. A 4. feladat megoldása az ismeretek alkalmazását kívánta meg a tanulóktól két lépésben.

## A törvény ismerete

Vizsgálatunk céljából kiindulva, a törvény ismeretét ellenőrző 1. feladat helyes megoldásaként nemcsak az idézett megfogalmazást fogadtuk el, hanem jónak tekintettük a választ abban az esetben is, ha a tanuló csak a folyadékokra érvényesen fogalmazta meg a törvényt. (Nem mindegyik tankönyv tartalmazza a gázokra vonatkozó kitétel.) Elfogadtuk a tanuló megfogalmazását akkor is, ha vizet írt folyadék helyett. Ugyancsak jónak tekintettük a választ akkor is, ha a tanuló a régi szemléletmódnak megfelelően, a „súlyvesztés” fogalmát alkalmazva írta le a törvényt. Sok tanuló a szüleitől, illetve az ismert énekből tanulta ezt a megfogalmazást. Esetenként előfordult azonban, hogy az osztály tanulóinak a többsége így írta le a törvényt. Ezekben az osztályokban a tanulók – feltehetően – fizikaórán ismerték meg ezt a változatot.

Az 1. feladatban megfogalmazott kérdésre adott helyes (elfogadható) tanulói válaszok – ennek megfelelően – két típusba (A, B) sorolhatók:

A) Egyenlőség a felhajtóerő és a kiszorított folyadék (víz) súlya között. Néhány tanulói megfogalmazás: A felhajtóerő egyenlő nagyságú a test által kiszorított folyadék vagy gáz súlyával. Bármilyen folyadékba vagy gázba merülő testre felhajtóerő hat, amelynek nagysága egyenlő a kiszorított folyadék vagy gáz súlyával. A felhajtóerő egyenlő a test által kiszorított víz súlyával.

B) Egyenlőség a „súlyvesztés” és a kiszorított folyadék (víz) között. Néhány példa: Minden folyadékba vagy gázba merített test a súlyából annyit veszít, amennyi az általa kiszorított folyadék vagy gáz súlya. Minden folyadékba merülő test a súlyából annyit veszít, amennyi az általa kiszorított folyadék súlya. Minden vízbe mártott test a súlyából annyit veszít, mint az általa kiszorított víz súlya.

Az 1. feladat kérdésére csak azok a tanulók tudtak hibátlan választ adni, akik a 7. osztályban nemcsak megértették, de meg is tanulták a törvényt, olyan mélyen bevésve emlékezetükbe, hogy az egy év múlva is felidézhetővé vált. A vizsgálatban részt vett tanulók az 1. táblázatban látható arányban fogalmazták meg helyesen (elfogadható módon) Arkhimédész törvényét.

A törvény meghatározása	A	B	Együtt
A helyes válaszok száma	404	292	296
A helyes válaszok aránya	39,41%	28,49%	67,90%

$n = 1025$

1. táblázat

Az A) típusú meghatározáson belül 38 tanuló (3, 71%), a B) típusú megfogalmazáson belül pedig 214 tanuló (20, 88%) írt vizet folyadék helyett.

A hibás válaszok közül a következők voltak a jellegzetesek:

C) Egyenlőség felírása a valóságban nem egyenlő mennyiségek között. Néhány tanulói megfogalmazás: A felhajtóerő egyenlő a test súlyával. A felhajtóerő egyenlő a folyadékba merülő test tömegével. A folyadék súlya egyenlő a folyadékba merülő test súlyával. Egy test által kiszorított víz vagy gáz súlya megegyezik a test súlyával. A vízbe merülő test tömegének nagysága egyenlő a kiszorított víz súlyával. Minden vízbe mártott test annyit veszít a súlyából, mint amennyi a test súlya. A vízben és a gázban levő test a súlyából annyit veszít, amennyi az általa kiszorított víz vagy gáz tömege. (105 tanuló; 10,24%) (5/)

D) Hiányos vagy nem értelmezhető meghatározás. Néhány példa: A felhajtóerő bármilyen folyadékba vagy gázba merülő testre hat. A folyadékokban és a gázokban levő

testekre felhajtóerő hat. A felhajtóerő nagysága függ a folyadék vagy gáz által kiszorított víz súlyától. Minden folyadékba merülő test annyit veszít a súlyából, mint amennyi az általa kiszorított folyadék térfogata. Minden test kiszorított súlya annyi, mint a kiszorított víz súlya. Amennyi vizet kiszorít az az anyag, annak a tömegével kevesebb az anyag tömege. (168 tanuló; 16,39%)

E) Nincs meghatározás. A tanulók egy része nem írt semmilyen választ az 1. kérdésben feltett kérdésre. (56 tanuló; 5,46%)

## A törvény alkalmazása

A 2-4. feladat megoldásában a vizsgálatban részt vett tanulók a 2. táblázatban látható megoldási szinteket érték el. Az eredményeket aszerint csoportosítottuk, hogy milyen típusú (A – E) megfogalmazást adtak Arkhimédész törvényére az 1. feladat megoldása során.

Feladat	A törvény meghatározásának típusa					Együtt
	A)	B)	C)	D)	E)	
2.	359	195	73	95	22	744
	35,02%	19,02%	7,12%	9,27%	2,15%	72,59%
3.	337	165	66	94	18	680
	32,88%	16,10%	6,44%	9,17%	1,76%	66,34%
4/a.	298	109	27	54	15	503
	29,07%	10,63%	2,63%	5,27%	1,46%	49,07%
4/b.	191	79	18	33	6	327
	18,63%	7,71%	1,76%	3,22%	1,46%	31,90%

$n = 1025$   
2. táblázat

A 2-3. feladatot természetesen azok a tanulók oldották meg legnagyobb arányban, akik ismerték Arkhimédész törvényét (A, B) és azt alkalmazni is képesek voltak az adott, konkrét esetekre. Elgondolkodtató viszont, hogy szép számmal voltak olyan tanulók is, akik jó megoldást adtak annak ellenére, hogy nem ismerték, vagy csak bizonytalanul ismerték (C-E) a törvényt.

Érdekes összehasonlítani azt is, hogy milyen arány adódik akkor, ha a 2-4. feladat helyes megoldásainak a számát a különböző típusú (A-E) meghatározások számához viszonyítjuk. Vagyis az egyes meghatározásokat adó tanulók számát tekintjük viszonyi-

Feladat	A törvény meghatározásának típusa				
	A)	B)	C)	D)	E)
1.	404	292	105	168	56
	100%	100%	100%	100%	100%
2.	359	195	73	95	22
	88,86%	66,78%	69,52%	56,55%	39,29%
3.	337	165	66	94	18
	83,42%	56,51%	62,86%	55,95%	32,14%
4/a.	298	109	27	54	15
	73,76%	37,33%	25,71%	32,14%	26,79%
4/b.	191	79	18	33	6
	47,28%	27,05%	17,14%	19,64%	10,71%

$n = 1025$   
3. táblázat

tási alapnak (100%-nak) és nem a teljes tanulói létszámot. Ha ilyen módon számítjuk ki a 2-4. feladat megoldásában elért eredményeket, akkor a 3. táblázatban látható adatokat kapjuk.

Meglepő, hogy azok a tanulók, akik csak valamilyen hibás egyenlőséget írtak fel Arkhimédész törvényeként (C), nagyobb arányban oldották meg jól a 2., 3. feladatot, mint akik a súlycsökkenés fogalmának a felhasználásával határozták meg a törvényt (B).

Annak egzakt megállapításához, hogy milyen szoros összefüggés van Arkhimédész törvényének ismerete és az alkalmazási képesség között, a korrelációs együtthatók adnak kiindulási alapot. (6) Ha az egyes tanulócsoportok feladatmegoldásait alapul véve kiszámítjuk a korrelációs együtthatókat, akkor a 4. táblázatban látható adatokat kapjuk. Figyelembe véve a vizsgálatban részt vett tanulócsoportok számát (43) és a korrelációs együtthatók kritikus értékeit (7), az adott körülmények között a 0,39 feletti korrelációs együtthatók jelzik a feladatmegoldások közötti szignifikáns, szoros összefüggést.

Feladat	1.	2.	3.	4/a.	4/b.
1.	—	0,55	0,49	0,53	0,38
2.	0,55	—	0,90	0,58	0,50
3.	0,49	0,90	—	0,71	0,57
4/a.	0,53	0,58	0,71	—	0,72
4/b.	0,38	0,50	0,57	0,72	—

$n = 43$   
4. táblázat

Ezek az adatok a tanulócsoportok adatai felől közelítve erősítik meg (összhangban a 2. és 3. táblázat adataiból levont következtetéssel), hogy szoros összefüggés van a törvény ismerete (1. feladat) és az alkalmazást igénylő feladatok helyes megoldása között (2., 3., 4/a. feladat). Ez alól csak a 4/b. feladat kivétel. Ami nyilvánvalóan abból adódik, hogy a tanulóknak a törvény alkalmazásán túl hibátlanul kellett meghatározniuk a test súlyából és a felhajtóerőből a test fenntartásához szükséges erőt is. Ez viszont már Arkhimédész törvénye mellett további ismeretek alkalmazását is igényelte tőlük.

Amint várható volt, szoros összefüggés van a törvény alkalmazását igénylő feladatok (2-4. feladat) megoldásai között is. Vagyis, ha valamelyik tanulócsoporton belül jól oldják meg a tanuló az egyik feladatot, jó a megoldási szint a többi feladat megoldásában is.

Célszerű külön összehasonlítani azokat a tanulóknak a feladatmegoldásait, akik a „régii megfogalmazással”, illetve a jelenlegi tankönyvek szóhasználatával írták le Arkhimédész törvényét. A 2-3. táblázat adataiból egyértelműen kiolvasható, hogy sokkal nagyobb arányban oldották meg helyesen a 2-4. feladatot azok a tanulók, akik a „felhajtóerő” fogalmának a felhasználásával határozták meg Arkhimédész törvényét (A), mint azok, akik a „súlyvesztesség” szó alkalmazásával írták le a törvényt (B). Különösen nagy a különbség a 4. feladat megoldásában.

Éz természetes is, ha figyelembe vesszük a következőket:

a) A feladatok a felhajtóerő fogalmának a felhasználásával fogalmazták meg a kérdéseket, összhangban a használatban levő tankönyvek szóhasználatával. Így azok a tanulók, akik Arkhimédész törvényét a tankönyvek megfogalmazásával megegyező módon ismerték (A), egyszerűbben jutottak el a helyes válaszokhoz: a 2., 3. és a 4/a. feladatok esetében tulajdonképpen „csak” konkretizálniuk kellett a törvény szövegét az adott, konkrét esetre.

b) Azok a tanulók, akik Arkhimédész törvényét a régi megfogalmazásban ismerték meg (B), azt tudták kiszámítani, hogy a folyadékba merülő test mennyit „veszt a súlyából”. A feladatok viszont a felhajtóerő kiszámítását várták el a tanulóktól. Ha e tanulók nem tudták, hogy a „súlycsökkenés” tulajdonképpen a felhajtóerővel egyenlő, akkor nem tudták választ adni a feladatok kérdésére. Ha viszont tudták ezt a kapcsolatot, akkor egy gondolkodási művelettel többet kellett elvégezniük, mint azoknak, akik a tankönyvek megfogalmazása szerint ismerték meg a törvényt. Ez egy további hibaforrást rejt magában.

Tanulságos megvizsgálnunk azt is, hogy milyen összefüggés van a törvény alkalmazását igénylő feladatok tanulócsoportonkénti átlagos megoldási szintje és azoknak a tanulóknak a száma között, akik Arkhimédész törvényét a régi, „súlycsökkenéses” változatban ismerik. Ezeket az összefüggéseket kifejező korrelációs együtthatókat tüntettük fel az 5. táblázatban.

Feladat	2.	3.	4/a.	4/b.
Korrelációs együttható	0,21	0,34	0,44	0,28

$n = 43$   
5. táblázat

A negatív előjelű korrelációs együtthatók azt jelzik, hogy minél nagyobb a tanulócsoporton belül a törvény „súlycsökkenéssel” történt meghatározás (B), annál alacsonyabb a törvény alkalmazását igénylő feladatok megoldásában elért átlageredmény. Szignifikáns szoros ez az összefüggés a 4/a. feladat esetében.

Amint említettük, elég nagy számban voltak olyan tanulók is, akik a törvény bizonytalan ismerete ellenére (C, D, E) is helyes választ adtak a 2. és a 3. feladat kérdésére. A vizsgálat tanúsága szerint azok a tanulók is meg tudták oldani e két feladatot, akiknek az emlékezetében csak annyi rémlett a törvény szövegéből, hogy a felhajtóerő valamivel egyenlő. A feladatok szövege is segítette ezt a „sejtést”, mivel szerepelt bennük a felhajtóerő és a kiszorított víz (petróleum) kifejezés is. Ugyanakkor csak egy megadott mennyiség volt mindkét feladatban, így kézenfekvő volt, hogy a bizonytalan ismeretekkel rendelkező tanulók ezzel tegyék egyenlővé a kérdésben megfogalmazott mennyiséget.

A 4. feladat megoldásában – amint arra számítani lehetett – az előzőekhez viszonyítva gyengébb eredmények születtek. Ezen belül a b) részfeladat megoldási szintje (31,9%) alacsonyabb, mint az a) kérdésre adott helyes válaszok aránya (49,1%). Ez természetesen, mivel a b) részfeladat megoldásához előfeltétel az a) kérdésre adott helyes válasz. További feltétel a test súlyának és a felhajtóerőnek az összehasonlítása és a különbség meghatározása. Mindez hibaforrást jelenthetett a tanulók számára.

Az a) kérdésre hibás választ adó tanulók közül 62-en (6,1%) a felhajtóerőt a vastömb és a kiszorított víz súlyának a különbségeként határozták meg, s így 62 000 N-t kaptak eredményül; 56 tanuló (5,5%) a felhajtóerőt a vastömb súlyával vette egyenlőnek, s ezáltal 72 000 N eredményhez jutott; 42 tanuló (4,1%) pedig a két adat hányadosát számította ki, s így 7,2 N-t kapott eredményül.

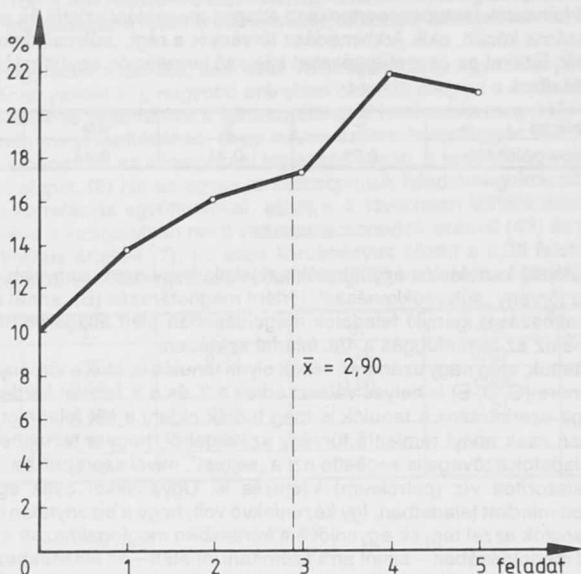
A b) kérdésre hibás választ adó tanulók közül 145-en (14,1%) úgy gondolták, hogy a vastömb fenntartásához szükséges erő egyenlő a vastömb súlyával, s így 72 000 N-t kaptak eredményül; 76 tanuló (7,4%) pedig a fenntartáshoz szükséges erőt a kiszorított víz súlyából határozta meg, s ezáltal 10 000 N eredményhez jutott.

## Tanulónkénti eredmények

Ha a tanulói teljesítmények értékeléséhez külön feladatnak tekintjük a 4/a. és a 4/b. részfeladatot, akkor maximálisan öt jó feladatmegoldást érhetnek el a az eredményvizsgálatban részt vett tanulók. A 6. táblázat és a hisztogram azt mutatja, hogy milyen arányban oszlottak meg a tanulók aszerint, hogy hány feladatot oldottak meg helyesen.

A tanulók	A helyesen megoldott feladatok száma						Összesen
	0	1	2	3	4	5	
száma	104	141	164	177	224	215	1025
aránya	10,15%	13,76%	16,00%	17,27%	21,85%	20,97%	100%

$n = 1025$   
6. táblázat



1. ábra

Az 1025 tanuló átlagos megoldási szintje 2,90 feladat, ami 58,00%-os teljesítménynek felel meg. A szórás 1,64. Elgondolkodtató, hogy a tanulóknak csak 20,97%-a oldotta meg jól mindegyik feladatot; ugyanakkor a tanulók 10,15%-a egyetlen feladatot sem tudott megoldani.

## Metodikai következtetések

A vizsgálat tapasztalatai alapján a következő metodikai következtetéseket vonhatjuk le:

a) Arkhimédész törvényét az iskolák többségében a hagyományos arkhimédészi hengerpár alkalmazásával bemutatott kísérlet alapján ismerik meg a tanulók. E kísérlet elvégzése sok idő vesz igénybe, és csak több logikai lépés megtétele után lehet eljutni a törvény megfogalmazásához. Célszerű lenne olyan kísérleti megoldásokat keresni, amelyek rövidebb időt igényelnek, és amelyek egyszerűbb logikai úton vezetnek el a tanulókat a törvény megismeréséhez. (8)

b) Figyelembe véve a fokozatosság elvét, több időt kell fordítani a már megismert törvény gyakorlására, megerősítésére.

c) Célszerű lenne az általános iskolában az Arkhimédész-törvénnyel kapcsolatos követelményeket „visszafogottan” meghatározni, hogy a tanulók nagyobb arányban tudjanak ezeknek eleget tenni.

d) Egyfelől indokolt az eddiginél nagyobb tartalmi és módszertani szabadság biztosítása, megvalósítása; másfelől viszont figyelembe kell vennünk azt is, hogy hátrányos helyzetbe kerülhetnek azok a tanulók, akik az általánosan alkalmazott tanterv (tankönyv) szemléletétől eltérő módon ismernek meg valamilyen tananyagot. Ezek a tanulók – várhatóan – nehezebben, esetenként gyengébb eredménnyel oldják meg a központilag kidolgozott tesztlapokat (felvételi feladatokat, verseny- és vizsgafeladatokat).

## JEGYZET

- (1) *Vermes Miklós*: Természettan az általános iskolák VII. osztálya számára. Tankönyvkiadó Nemzeti Vállalat, Bp., 1949, 70. p.
- (2) *Bellay László–Óveges József - Párkányi László*: Fizika az általános iskolák VII. osztálya számára. Tankönyvkiadó, Bp., 1958, 68. p.
- (3) *Halász Tibor és alkotóközössége*: Fizika 7. Munkatankönyv az általános iskola 7. osztálya számára. Tankönyvkiadó, Bp., 1979, 103. p.; *Csákány Antalné–Károlyházy Frigyes–Sebestyén Zoltán*: Munkatankönyv az általános iskola 7. osztálya számára. Tankönyvkiadó, Bp., 1988.
- (4) *Bayer István*: Fizikai alapfogalmak – fizikai feladatlapok. OPI, Bp., 1973, 91. p.; *Varga Lajos – Zátonyi Sándor*: Vizsgálat az általános iskolai témazáró feladatlapokkal. In: Fizikatanításunk eredményessége, fizikatanításunk jövője, OPI, Bp., 1977, 70. p.; *Zátonyi Sándor*: Eredményvizsgálat témazáró feladatlapokkal. OPI, 1982, 64., 70. p.; *Zátonyi Sándor*: A 8. osztályos tanulók fizika tantárgyi tudásának diagnosztikus értékelése. In: Pedagógiai diagnosztika. Alapműveltségi Vizsgaközpont, Szeged, 1992, 37-65. p.
- (5) A C) változaton belül a válaszok a következő módon oszlottak meg. Egyenlőség a felhajtóerő és a folyadékba merülő test súlya (tömege) között: 18 tanuló; 1,76%. – Egyenlőség a kiszorított folyadék súlya (tömege) és a test súlya (tömege) között: 68 tanuló; 6,63% – Egyenlőség a súlyvesztés és a folyadékba merülő test súlya (tömege) között: 19 tanuló; 1,85%.
- (6) *Ágoston György–Nagy–József - Orosz Sándor*: Mérések módszerei a pedagógiában. Tankönyvkiadó, Bp., 1971, 293. p.; *M. Bartal Andrea–Széphalmi Ágnes*: Adatgyűjtés és statisztikai elemzés a pedagógiai gyakorlatban. Tankönyvkiadó, Bp., 1982, 72. p.
- (7) *Fercsik János*: Pedagogometria. VEAB - OOK, Veszprém, 1982, 284., 677. p.
- (8) *Vö.: Zátonyi Sándor–ifj. Zátonyi Sándor*: Fizika 6/1. Tankönyvkiadó, Bp., 1993, 125. p.; *Csákány Antalné–Károlyházy Frigyes–Sebestyén Zoltán*: Fizika 7. Tankönyvkiadó, Bp., 1988, 70. p. Természetesen más megoldások is lehetségesek.