Megvalósul-e Einstein utolsó álma: „Physica more Geometrico"?

TORÓ TIBOR

Ma, mikor a századvég szellemi körképét próbáljuk felvázolni, úgy tűnik, hogy ez az álom megvalósulás előtt áll, vagy legalábbis közelebb áll a megvalósuláshoz, mint bármikor. A fizika geometrizálásának a gondolatáról van szó, melyet a neves Nobel-díjas fizikus, a pakisztáni származású Abdus Salam, nagyon plasztikusan „Einstein utolsó álmának" nevezett. Arról a vágyról, hogy „more geometrico" megteremtsük az összes ma ismert alapvető fizikai erők egységes geometriai elméletét, visszavezetve a fizikai erőket a tér szerkezetében levő rejtett tulajdonságokra. Ez, az összes fundamentális fizikai kölcsönhatásokat (erőket) magába foglaló elméleti rendszer, melyet, egy kis túlzással, – sokszor „a minden dolgok elméletének" (theory of everything) is szoktak nevezni, mint azt látni fogjuk, egy ún. „Kaluza-Klein típusú tízdimenziós szuper-húr elmélet". Ennek matematikai megfogalmazása végett vissza kellett térni újfent magához a tér-idő szerkezetéhez, annak magasabb, rejtett dimenzióihoz. Úgy tűnik, hogy „a minden dolgok elméletével" ma a századvég fizikája és geometriája, Einstein halála után szinte 40 évvel, elérkezett egy olyan szintézishez, melyet méltán lehet hasonlítani a fizika geometrizálásának, ezelőtt több mint háromnegyed évszázaddal A. Einstein és D. Hilbert által kvantitatíve megfogalmazott – B. Riemann és Bolyai János által pedig jóval előbb megsejtett – gondolatához.

I) A fizika geometrizálását felvázolandó, induljunk el tehát az Einstein-féle általános relativitáselmélettől, a tér, idő és a gravitáció modern elméletétől, mely a 20. századi fizika mindmáig egyik talán legszebb elmélete és egyben a gravitáció geometrizálásának első kvantitatív megfogalmazása is. Szinte egy évtizedes kutatómunka eredményeként, Einsteinnek 1915-1916-ban sikerült felírnia azt az egyenletet, a gravitációs erőtér híres Einstein-féle egyenletét, melyben matematikai formában írja le a geometriai tér és a gravitáció (anyag) kapcsolatát. Mivel a fizika egyik legfontosabb és leghíresebb egyenletéről van szó, a következőkben ismertetni fogjuk ezt az egyenletet.

Mielőtt ezt megtennénk, gondolva arra, hogy általában szokatlan dolog széles közönséghez szóló tanulmányokban matematikai egyenletek és képletek használata, mivel ezek az olvasó számára általában félelmetesnek tűnnek és nagyon megnehezítik az olvasást, szeretnék néhány módszertani tanáccsal szolgálni. Ilyen értelemben óhajtanék a híres angol matematikai fizikus, Roger Penrose, oxfordi egyetemi tanár, kit századunk egyik legkreatívabb gondolkodójának tartanak, nemrég magyarul is megjelent híres könyvében – A császár új elméje (Akadémiai Kiadó, 1993) erre vonatkozó szellemes tanácsaira hivatkozni, melyekkel magam is tökéletesen egyetértek, miszerint: „Ha ön olyan olvasó, aki (mint a legtöbb ember) a képleteket félelmetesnek találja, akkor azt a módszert ajánlam önnek, amelyet magam is követni szoktam, amikor ilyen nehézségekkel kerülök szembe. Az eljárás többé-kevésbé az, hogy a szóban forgó sort kihagyjuk és a szöveg következő sorára ugrunk. Azaz nem pontosan ez; megértenünk nem kell, de azért vessünk szegény képletre egy rövid pillantást, és utána menjünk tovább. Egy kicsivel később, önbizalmunkat visszanyerve, visszatérhetünk az elhanyagolt képlethez és megpróbáljuk kihámozni fontosabb tulajdonságait. Maga a szöveg segíthet abban, hogy megtudjuk mi a fontos és mit lehet nyugodtan figyelmen kívül hagyni. Ha mégsem, akkor nyugodtan felejtsük el a képletet". (i.m. 15.p.)

Felvértezve Penrose fenti tanácsaival a matematikai képletek olvasására, írjuk fel a következőkben Einstein híres gravitációs egyenletét; mely először teremti meg azt a kvantitatív kapcsotatot, mely a gravitáció és a 4-dimenziós Riemann-tér között létezik, a következőképpen:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = -\frac{8\Pi G}{c^2} T_{\mu\nu}$$

A fenti egyenlet bal oldalán szerepelnek a 4-dimenziós görbült tér-idő (Riemann)-tér szerkezetét leíró geometriai mennyiségek ($R_{\mu\nu}$ -a másodrendű /két indexes/ Einstein-Ricci-féle görbületi tenzor; a $g_{\mu\nu}$ – metrikus alaptenzor és R -a skalár görbület). A másik oldalán pedig a gravitációt előidéző, generáló anyag fizikai tulajdonságait jellemző $T_{\mu\nu}$, az energia-impulzus-tömeg-tenzor. A G és c két alapvető állandó, G a Newton-féle gravitációs konstans, c a fény vákuumbeli sebessége. Tehát ott, ahol anyag létezik, az gravitációt, gravitációs erőteret létesít, mely a teret meggörbíti, euklideszi térből görbült – 4-dimenziós Riemann-térré alakítja át, melynek segítségével geometriailag – more geometrico – értelmezzük a gravitációt. A híres amerikai fizikus, John Archiba1d Wheeler, a modern gravitációelmélet egyik legnagyobb alakja, ezt plasztikusan a következőképpen fogalmazta meg: „Az anyag megmondja a térnek hogyan görbüljön, a tér pedig megmondja az anyagnak hogyan mozogjon."

Röviden, ezt a gondolatot, vagyis azt, hogy szükséges kapcsolat létezik a fizikai gravitációs erőtér és a geometriai tér között, nevezzük a *fizika geometrizálásának*. Lényegében ez az Einstein-féle általános relativitáselmélet fizikai és filozófiai alapeszméje.

A továbbiakban azt szeretnénk megvizsgálni, hogy a fizika geometrizálásának ez a gondolata, tehát az, hogy a fizikai erőtér és a geometria között kapcsolat létezhet, vagyis, hogy fizikai kölcsönhatás (erő) határozhatja meg a tér szerkezetét, melyet a gravitáció esetében, kvantitatíve, híres fenti egyenletében, Einstein fogalmazott meg, a matematika és fizika történetben, *kvalitatíve* , meddig nyomozható vissza.

Lényegében erre a kérdésre is először maga Einstein adja meg a választ, 1925-ben, Berlinben megjelent dolgozatában, melynek címe is jellemző a kérdés mibenlétére: *„A nem-euklideszi geometria és a fizika"* (magyarul: Fizikai Szemle, 25 (1965), 97. p.). A felvetett kérdéssel kapcsolatban itt Einstein a következőket írja: „Bernard Riemann tiszta okoskodással jutott el a geometria fizikától való elválaszthatatlanságának gondolatához. Ez a gondolat hetven évvel később az általános relativitáselméletben öltött testet, mely a geometriát és a gravitáció elméletét egységes egészbe ötvözte". Itt Einstein, Bernard Riemann, Gauss göttingeni utódjának híres, 1854. június 10-én megtartott magántanári habilitációs előadásáról ("venia legendi") van szó, melynek címe is már sokat sejtet: *„Hipotézisek melyeken a geometria alapul"* (Über die Hypothesen, welche der Geometrie zu Grunde liegen). Riemann, ebben a ragyogó, rövid (terjelemben még egy nyomdai ívet sem elérő) de korszakalkotó munkájában lényegében megveti alapjait egy új, nem-euklideszi geometriának, mely sokkal általánosabb mint a szűkebb értelemben vett nem-euklideszi (Bolyai-Lobacsevszkij-féle) geometria. Előadása végén, szintén kvalitatív módon, azaz anélkül, hogy ezt matematikailag, kvantitatíve bizonyítaná, Riemann annak a meggyőződésének ad kifejezést, hogy: *a geometriai értelemben vett tér szerkezetét, végső soron fizikai tényezők, erők, határozzák meg.*

Mivel Ejnstein ebben az 1925-ös munkájában, ahogy a címe is mutatja, foglalkozik a szűkebb értelemben vett nem-euklideszi geometriából kifejlődött gondolatokkal, utal a Bolyaiak és Lobacsevszkij szerepére is, a következőképpen: „Sikerült olyan logikailag ellentmondásmentes tudományos rendszert megalkotni, amely az euklideszi geometriától abban, és csak abban különbözik, hogy a párhuzamosak axiómáját mással helyettesítették. Lobacsevszkij az egyik oldalról és a Bolyaiak (apa és fia) a másik oldalról, egymástól függetlenül jutottak erre a gondolatra és meggyőzően végig is vitték azt – ez elévülhetetlen érdemük." Egy kissé kiegészítve Einstein eszmefuttatását, röviden elmondhatjuk, hogy az első nem-euklideszi geometriát a két Bolyai közül csak a fiúnak, Bolyai

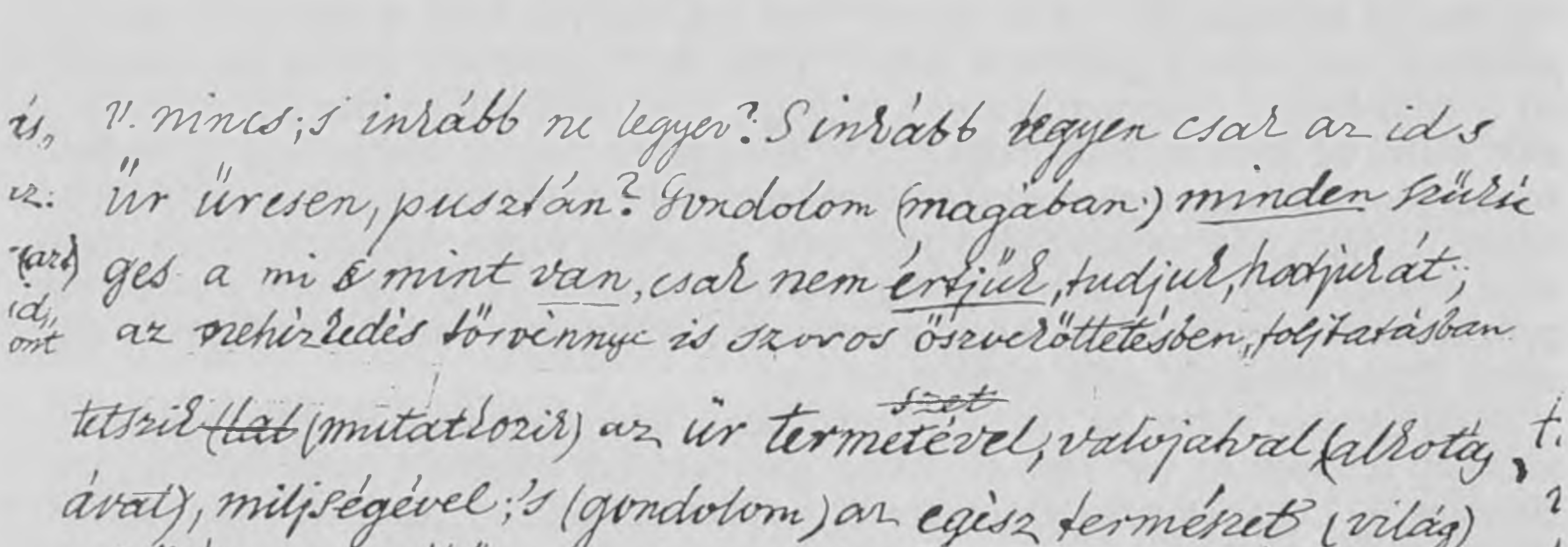
Jánosnak sikerült megteremtenie, mégpedig itt, temesvári tartózkodása alatt. Mint ismeretes, az első híradás erről „a még fogalom szerint sem sejtett tudományról" – Bolyai János „új, más világáról" az a ma már matematikatörténeti jelentőségű levél, melyet az akkor még teljesen ismeretlen fiatal mérnökkari tiszt, 1823. november 3-án, a temesvári erődvárból írt édesapjának, Bolyai Farkasnak Marosvásárhelyre. E levél végén olvasható az annyit idézett híres sor: *„Semmiből egy új, más világot teremtettem".* Itt Bolyai arra utal, hogy megtalálta azt a fontos képletet mely alapját képezheti „a tér abszolút igaz tudományának", az első nem-euklideszi geometriának, amelyet ma Bolyai-Lobacsevszkij-féle gemetriának ismer a tudományos világ. Ez az alapképlet nem más, mint az euklideszi párhuzamosság általánosítása, az a matematikai összefüggés, mely a párhuzamossági távolság (y) és a neki megfelelő párhuzamossági szög (u) között fennáll. E képlet szerint:

$$\mathrm{ct}\frac{u}{2} = e^{\frac{y}{k}}$$

Bolyai „újj, más világa", melyet sokszor abszolút geometriának is neveznek, mint egy általánosabb geometriai rendszer (Bolyai „S"-rendszernek nevezte) magába foglalja a régi euklideszi világot (a „$\sum$"-rendszert) abban a sajátos (partikuláris) határesetben, amikor a Bolyai képletében szereplő „k" paraméter végtelen nagy értékek felé tart ($k \to \infty$). Ha a k-paraméter különböző véges értékeket vesz fel, akkor annyi új, más világ, vagyis lényegében annyi nem-euklideszi geometria létezhet, ahány értéket a k-paraméter felvehet. Bolyai szerint, valójában végtelen számú, ellentmondásmentes hiperbolikus nem-euklideszi geometria létezhet.

De felmerül az a kérdés, mi határozza meg azt, hogy melyik geometria valósul meg a természetben, melyik nem-euklideszi geometriai rendszer írja le a fizikai valóságot? Ez Bolyait is foglalkoztatta és meg is fogalmazta, hogy apriori, tehát előzetesen, ezt nem lehet eldönteni. Tehát újfent felmerül az a kérdés, hogy mi az, ami meghatározza a tér szerkezetének jellegét. Ezzel visszaérkeztünk a fizika geometrizálásának gondolatához, vagyis ahhoz a kapcsolathoz, melyet, Einstein szerint, Riemann is megsejtett.

A következőkben azt szeretnénk felvázolni, hogy a fizika geometrizálásának eszméje hogyan jelenik meg Bolyai János gondolkodásában. Itt arról van szó, hogy Bolyai János mintegy megsejtette a gravitáció és a tér szerkezetének kapcsolatát egy kéziratban maradt tételben – melynek eredetijét a marosvásárhelyi Teleki-Bolyai dokumentációs könyvtárban őrzik (a Bolyai Kézirati hagyaték 491-es számot viselő fóliája) – megfogalmazta ezt a gondolatot a következőképpen: „... az nehézkedés törvénye is szoros összvekötte-tésben, foljtatásban tetszik (mutatkozik) az űr termetével, valójával (alkatával), miljenségével s (gondolom) az egész természet (világ) foljása."


V. nincs; s inkább ne legyen? S inkább legyen csak az idő s
űr üresen, pusztán? Gondolom (magában) minden
ges a mi s mint van, csak nem értjük, tudjuk, határát;
az nehézkedés törvénye is szoros összvekötteésben, foljtatásban
tetszik ~~hat~~ (mutatkozik) az űr termetével, valójával (alkot-
ával), miljségével; s (gondolom) az egész természet (világ)
foljása; a meglévő anyag se lehet h. ne legyen, bár mozga

Bolyai János kéziratának fakszimiléje a gravitáció és a tér szerkezetének kapcsolatáról.
(Bolyai kézirati hagzaték 491. sz. folió, Marosvásárhely)

Mint láttuk, ez nem más, mint az einsteini gravitációelmélet fizikai és filozófiai lényege. Ennél kifejezőbben, tömörebben talán ma, az einsteini tézis és gravitációs egyenlet ismeretében sem tudnánk szavakban megfogalmazni a tér szerkezete és a gravitáció (nehézkedés) törvénye között fennálló „szoros összeköttetést".

Mivel Bolyai János e tézise, mely kb. 1830-1835-ös évekből származik, kéziratban maradt, amikor a kutatók a fizika geometrizálásának gyökereit keresték, természetesen, nem idézhették eddig Bolyai idevágó gondolatait. Mint láttuk, maga Einstein is, 1925-ös dolgozában, ebben az értelemben, B. Riemann 1854-es habilitációs „Hipotézisei"-re hivatkozott, melyek tulajdonképpen csak Riemann 1866-ban bekövetkezett halála után jelentek meg nyomtatásban. A neves moszkvai fizikatörténész, V.P. Vizgin, a gravitációelmélet történetének kutatója, nemrég megjelent kitűnő könyvében, mely 1989-ben magyarul is napvilágot látott (V.P. Vizgin – A modern gravitációelmélet kialakulása, Gondolat kiadó, Budapest, 1989, Illy József fordítása) szintén Riemannig vezeti vissza a fizika geometrizálásának tudománytörténeti gyökereit: „Az a gondolat, hogy az erőt vagy a fizikai kölcsönhatást geometriailag fogják föl, azaz, hogy a kölcsönhatást úgy lehetne megmagyarázni, mint a térgörbület hatását, vagy hogy a térgörbületet fizikai kölcsönhatás szabja meg, Riemannig nyomozható vissza, s (inkább kvalitatíve) Clifford, később pedig Poincaré, Russel és néhány más kutató munkájában fejlődött tovább." (Vizgin, i.m. 53-54. p.)

Ha most a továbbiakban összehasonlítjuk a fizika geometrizálásának Riemann és Bolyai által megfogalmazott téziseit, azt látjuk, hogy a Bolyai-féle megfogalmazás közelebb áll az általános relativitás einsteini lényegéhez, mint a Riemanné. Ugyanis Bolyainál az is szerepel, hogy melyik az a fizikai erő, amely meghatározza a tér szerkezetét: azaz a nehézkedés, a gravitációs erő. Ez alakítja Bolyai szerint „az űr valóját, milységét" és határozza meg a világegyetem geometriai szerkezetét és fejlődését, „az egész természet (világ) foljását". Tehát ilyen szempontból Bolyai többet mond, mint Riemann, mert megfogalmazza a gravitáció és a geometriai tér szerkezete kapcsolatának szükségességét, mindazt, ami a fentebb leírt Einstein-féle gravitációs egyenlet lényege.

Ezzel kapcsolatban temészetszerűen merül fel továbbá az a szerintünk fontos kérdés, hogy vajon Riemann – ha erről nem is maradt írásos bizonyíték – valóban semmit sem sejtett a geometria és a gravitáció kapcsolatáról? Tudjuk, hogy foglalkozott a gravitáció természetével, sőt, a gravitáció, a fény és az elektromágnesesség kapcsolatával is, de nem jutott el a tér szerkezete és a gravitáció összekapcsolásához. Ezt Riemann legkiválóbb értelmezőjétől, Hermann Weyltől, az einsteini út egyik első továbbfejlesztőjétől és a neves tudományfilozófustól tudtuk meg. Mint ismeretes, Riemann rövid élete alatt (1826-1866 között élt) – sajnos a kortársak érdeklődésének hiánya miatt – alapvető geometriai munkái (köztük az 1854-es Hipotézisek) nem kerültek publikálásra. Csak halála után jelentek meg. A Hipotézisek második kiadását, 1921-ben, Hermann Weyl rendezte sajtó alá és látta el részletes kommentárokkal. H. Weyl itt található kommentárjaiban az értő és érdeklődő olvasó megtalálja a választ arra a kérdésre, hogy 1854-es előadása előkészítésének időszakában mennyire volt jelen Riemann gondolkodásában a tér szerkezete és a gravitáció kapcsolata. Idézünk: „Mindenesetre bebizonyított tény, hogy Rimann nem tudott semmit erről a gravitációval való kapcsolatról, mert az arra irányuló próbálkozásai, hogy felfedje a fény, elektromosság, mágnesesség és a gravitáció közötti kapcsolatokat, melyek időben egybeesnek a habilitációs előadásával – obiektíve nincsenek ezzel összeköttetésben." „Ez a két téma (a tér szerkezete és a gravitáció) – írja Weyl – akkor ütközött gondolkodásában."

Amint említettük, Vizgin szerint a fizika geometrizálásának gondolata Riemannig nyomozható vissza. Az előbbiek alapján megállapíthatjuk, hogy a gravitáció geometrizálásánk einsteini gondolatát nem Riemannig, hanem egy jóval előbbi időpontig, Bolyai Jánosig tudjuk visszavezetni. Tehát nem túlzás, ha Bolyait az einsteini geometriai dinamika előfutárának tekintjük és ilyen értelemben Bolyai János és Albert Einstein nevét együtt emlegetjük.

II) Vizsgáljuk meg a következőkben, hogy a gravitáció einsteini geometriai elmélete kidolgozása után hogy fejlődött, hogyan alakult tovább a fizika geometrizálásának gondolata. A fizikai és geometriai módszerek eme új szintézise – melynek csírája, mint láttuk, először Bolyai Jánosnál található meg – valamint az Einstein elméletét követő kísérleti, obszervációs bizonyítékok arra ösztönözték Einsteint és az elméletét követő kutatókat, hogy megfogalmazzák az egységes (unitér) térelméletek további geometriai programját. Eszerint egységesen és „more geometrico" irandó le mind a gravitáció mind pedig az akkor ismert másik fontos fizikai erőtér, az elektromágneses tér. Mint ismeretes, Einstein maga 1918-tól egészen 1955-ben bekövetkezett haláláig, szinte négy évtizeden keresztül egy ilyen unitér geometrizáló elmélet megvalósításán fáradozott. Közben persze, 1925-1930 után, a kép, mint látni fogjuk, sokkal bonyolultabbá válik, mert a kvantumfizika, valamint a mag- és szubnukleáris fizika kifejlődésével újabb alapvető fizikai kölcsönhatások jelennek meg a láthatáron.

Visszatérve a gravitáció és az elektromágnesesség unitér geometrizáló programjára, mindjárt az elején világossá vált, hogy az einsteini geometrodinamikában (az általános relativitáselméletben) használt 4-dimenziós Riemann-geometria segítségével csak a gravitáció írható le geometriai módon. Ez a geometria nem elegendő a gravitáció és az elektromágneses erőtér együttes geometriai tárgyalásához. Ez onnan következik, hogy a Riemann-tér legfontosabb geometriai tuljadonságát, a görbületet (a görbületi tenzort) a gravitációs tér egyértelműen meghatározza és így nem marad más olyan geometriai jellemzője, amely egy másik fizikai erőtér (esetünkban az elektromágneses tér) matematikai leírására alkalmasnak bizonyulna. Tehát az egységes geometriai térelméletek programjának megvizsgálása végett túl kell lépni a négydimenziós Riemann geometriák keretén, és ezeknél általánosabb nem-euklideszi (lényegében nem-riemanni) terek bevezetése válik szükségessé.

Ilyen értelemben két út tűnt járhatónak:

1) Módosítani a tér riemanni szerkezetét, nem-riemanni geometrák bevezetésével és megfogalmazásával.

2) Megtartai a Riemann-tér jellegét, de növelni dimenzióját, azaz 4-dimenziós Riemann-tér helyett 5- vagy több dimenziót bevezetni.

1) Az első, aki általánosította a Riemann-tér fogalmát maga Hermann Weyl, a többször már emlegetett sokoldalú matematika-fizikus és tudományfilozófus volt, aki ekkor már Zürichben, a híres ETH (Eidgenössische Technische Hochschule) matematika-fizika fakultásán dolgozott, ott, ahol két évtizeddel korábban maga Einstein is végezte tanulmányait. Weyl, 1918-1920-ban megjelent nagyjelentőségű munkáiban, először a ma már klasszikus értékű, Raum, Zeit, Materie című, először 1918-ban megjelent könyvében, általánosabban értelmezte a metrikát, mint az a Riemann-térben szokásos, és bevezette a nem metrikus (vagy szemi-metrikus), ma már ún . Weyl-geometriát, mely az első nem-Riemann geometriának tekinthető. A Weyl-féle geometriában a metrikus alaptenzor, a $g_{\mu\nu}$ nem kovariánsan állandó, mint a Riemann-tér esetében, hanem a görbült terekben használt kovariáns deriváltja különbözik zérótól ($\nabla_0 g_{\mu\nu} \neq 0$) és kapcsolatban van az elektromágneses tér négyes potenciáljával az A_ρ-vel($\nabla_\rho g_{\mu\nu} = A_\rho g_{\mu\nu} \neq 0$). Tehát így, ezzel a nem-metrikus tulajdonsággal lehet értelmezni és leírni, geometriai módon, az elektromágneses erőteret is. Ez a nem-metrikus tulajdonság kapcsolatban van a Weyl-tér egy másik furcsa tulajdonságával is, miszerint ebben a térben a hosszegység (a hosszúság etalon) melyet l-el jelölünk, pontról pontra változik, éppen az elektromágneses tér függvényében ($\frac{\delta l}{l} = A_\mu \delta x_\mu$), ahol δx_μ – a tér-idő négyes koordinátáinak változása (variációja) a Weyl-térben. Érdekes módon, az elektromágneses térnek ilyen módon való geometriai értelmezését maga Einstein kezdetben idegenkedve fogadta, de az egységes térelméletek fejlődésének egy későbbi szakaszában elismerte jogosságát, sőt, ő maga is használta és továbbfejlesztette azt.

Az utóbbi években a Weyl-féle egységes térelmélet és a Weyl-geometria valóságos reneszánszának vagyunk tanúi. Példaképpen megemlítjük, hogy a neves angol elméleti fizikus, századunk egyik legnagyobb és legeredetibb fizikai gondolkodója, P.A.M. Dirac (a kvantummechanika és a speciális relativitás szintézisének megteremtője) élete utolsó éveiben (1984-ben halt meg) egy olyan kozmológiai elmélet megalapozásán munkálkodott, melyben a Weyl-féle egységes térelmélet felhasználásával, az egyetemes gravitációs konstans, a G, nem állandó, hanem időben csökken.

A Riemann-térnek egy másik módosítása abban rejlik, hogy a Weyl-féle általánosítással ellentétben megmaradnak a tér metrikus tulajdonságai (tehát $\nabla_\rho g_{\mu\nu} = 0$), de a térgörbületen kívül bevezetnek egy új geometriai tulajdonságot, a *torziót*, plasztikusan nevezve a tér „csavarodását".

Ezek a torziós terek, melyeket nem-szimmetrikus csatolású, vagy aszimmetrikus konnexióva1 rendelkező tereknek is nevezünk, mert megváltoztatta a Riemann-terek szimmetrikus csatolásait. A Riemann-tér ilyen típusú általánosítását a neves francia geométer, a modern differenciálgeometria egyik megalapítója, Elie Cartan vezette be, 1923-1925 között publikált alapvető munkáiban. Éppen ezért, a torzióval is rendelkező tereket sokszor Riemann-Cartan-féle tereknek is szokás nevezni.

Az utóbbi két évtized folytán, a Riemann-geometria fenti általánosítását felhasználó új gravitációs elmélet alakult ki, az ún. Einstein-Cartan-élmélet. Ebben az elméletben, mely az einsteini általános relativitáselmélet talán egyik legtermészetesebb továbbfejlesztése, a Riemann terek helyett torziós tereket használnak. Az Einstein-Cartan-féle gravitációelmélet egyik legfontosabb tulajdonsága az, hogy ebben nem csak az energia-impulzus-tömeg idéz elő gravitációt, mint Einstein elméletében, hanem a részecskék saját forgatónyomatéka is (amit spin-nek vagy perdületnek is neveznek), amely a tér torziójával van szoros kapcsolatban. Ilyenformán ezt a fontos fizikai mennyiséget, a spint, ennek az ún. geometriai fogalomnak, a torziónak segítségével sikerült először dinamikailag beépíteni a gravitáció elméletébe. Mint azt látni fogjuk, erre először két angol tudós, az asztrofizikus D. Sciama és az elméleti fizikus T.W. Kibble hívta fel a figyelmet, 1961-1964-ben a gravitáció mértékelmélete keretén belül, és éppen ezért ezt az elméletet Einstein-Cartan-Sciama-Kibble-elméletnek (vagy rövidítve: a gravitáció ECSK elméletének) nevezzük.

Megemlítjük még, hogy lehetséges olyan egységes térelmélet kidolgozása is, melyben a 4-dimenziós tér szerkezete nemcsak a helytől függ, hanem a tér minden pontjában az iránytól is. Pont-tér helyett vonalelem teret használnak, melyet, mint ismeretes, Finsler-térnek nevezünk. A Finsler-teret használó geometriai térelmélet egyik első megfogalmazója a, sajnos korán eltávozott szegedi elméleti fizika professzor, Horváth János volt.

2) A másik utat követve születtek meg, még a huszas évek elején, azok az unitér geometriai elméletek, melyek megnövelve a Riemann-tér dimenzióinak számát, négy dimenzió helyett öt dimenziót használtak (pentadimenziós térelméletek). Az első ilyen elmélet Theodor Kaluza német matematikus nevéhez fűződik, aki az új, ötödik dmenzió segítségével próbálta értelmezni geometriailag az elektromágneses teret, annak 4-es potenciálját. Egy pár évvel később, 1926-ban, a kvantummechanika megszületése után, Oskar Klein, a neves svéd elméleti fizikus, kísérelte meg összhangba hozni Kaluza 5-dimenziós elméletét a kvanttummechanika elveivel és a bevezetett új 5. dimenzió topológiai tulajdonságaival. Innen származik a gravitáció és az elektromágnesesség új, 5-dimenziós egységes elméletének a mai rövid neve: Kaluza-Klein elmélet. Az ebben az elméletben felhasznált 5-dimenziós Riemann-tér tulajdonképpen egy 5-dimenziós görbült Minkowski-tér. Hogy világosabb legyen, az újonnan bevezetett 5. dimenzió geometriai és topológiai mibenléte, röviden szólnunk kell magáról a Minkowski-tér alapvető tulajdonságairól. Mint ismeretes, a 4-dimenziós Minkowski-tér valójában egy 4-dimenziós euklideszi tér-idő kontinuum háron térjellegű és egy időjelegű koordinátával (d=3+1=4) felruházva. A Minkowski-tér fogalmának bevezetése egy fontos lépés volt a térről és időről alkotott felfogásunk kialakulásában. Dióhéjban elmondva, ez még a speciális relativitáselmélet kialakulásának éveiben, H. Poincaré H.A. Lorentz, de főleg Einstein alapvető munkássága nyomán Hermann Minkowski nevéhez fűződik, aki 1908-ban, Kölnben, a német természettudósok évi konferenciáján megtartott „Raum und Zeit" című előadásában a következőképpen mondta ki a négydimenziós világ létezésének fizikai szükségességét: „A tér és idő azon szemlélete, amelyet önöknek ki szeretnék fejteni, kísérleti fizikai alapon nyugszik. Ebben van az ereje. Ezután a tér önmagában árnyékká halványodik, s csak kettejük valamiféle egyesítésének marad meg az önnállósága".

Az talán ma már nagyon kevéssé ismert, hogy a téridő fogalmának, a négydimenziós Minkowski-tér bevezetésének van egy érdekes kolozsvári és egy rövidebb temesvári „intermezzója" is, mely Palágyi Menyhért nevével kapcsolatos. A tudományfilozófus Palágyi Menyhért (1859-1924) alapképzése szerint matematikus-fizikus volt. Eötvös Loránd és

König Gyula professzorok tanítványa, és középiskolai tanulmányainak egyik részét Temesváron végezte. A század elején a kolozsvári tudományegyetemen a tudományfilozófia és episztemlógia professzoraként, szinte egy évtizeddel Minkowski előtt, megalapozta a tér és az idő egyesítésének, a téridő fogalom bevezetésének szükségességét. Ezt két, ma is részben aktuális munkájában részletesen is kifejtette, 1901-ben németül („Neue Theorie des Raumes und der Zeit – Die Grundbegriffe einer Metageometrie, 1901, Leipzig) és 1904-ben magyar nyelven (Az ismerettan alapvetése, 1904)

Visszatérve a pentadimenziós Kaluza-Klein elméletre, most már elmondhatjuk, hoqy a bevezetett új extradimenzió, az ötödk, egy térjellegű dimenzió (d=3+1+1=5) és topológiailag más tulajdonságokkal rendelkezik, mint az első három térdimenzió, olyan értelemben, hogy saját magába van begörbülve, szakkifejezéssel „kompaktifikálódva", igen-igen kicsiny méretre, kb. 10^{-33} cm-re van „összegöngyölődve". Ez azt jelenti, hogy úgy viselkedik mint egy rejtett dimenzió és normális körülmények között nem figyelhető meg kísérletileg, direkt módon.csak a téridő, azaz a Minkowski-tér ismert négy dimenziója figyelhető meg. Mindezek a tulajdonságok miatt sokan úgy gondolták, hogy a pentadimenziós Kaluza-Klein elméleteknek nem sok jövője van a fizikában. Az utóbi 15-20 évben a helyzet azonban gyökeresen megváltozott és az extra-dimenziós Kaluza-Klein elméleteknek egy érdekes reneszánsza kezdődött. A cikkünk elején idézett Nobel-díjas Abdus Salam éppenséggel egy új „Kaluza-Klein csodáról" beszél és lényegében az említett „minden dolgok elmélete" is egy 10-dimenziós „K und K" elmélet. De közben az egész XX. századi fizika is megváltozott és a fizikai kölcsönhatások geometrizálása egy kicsit másképpen, de mindenképpen sokkal összetettebben fogalmazható meg. Ez már a fizika geometrizálásának a harmdik, azaz a mai fejezete, amit ún. nem-abeli (Yang-Mills-típusú) mérték-elméletnek (angolul „gauge"-elméletnek) nevez a szakirodalan.

III) Természetesen a mértékelméletnek is megvan a maga előtörténete. Óriási előnye az, hogy magába foglalja mindazokat a lényeges eredményeket melyeket az előzőekben a fizika geometrizálásával kapcsolatban felsoroltunk és egyben meghatározza ezeknek röviden említett reneszánszait is (ECSK-elmélet, 10-dimenziós Kaluza-Klein elmélet stb.).

Az egészet azzal kell kezdjük, amint már utaltunk rá röviden, hogy 1925 és 1935 között kialakult egy új fizika, a kvantumelmélet. Először, 1925-1930 között, a Schrödinger-Heisenberg-Dirac-féle kvantummechanika, 1930 után pedig a kvantumtérelmélet, melynek első fontos fejezete a kvanttumelektrodinamika, ami nem más mint az elektromágneses kölcsönhatás kvantumelmélete.

Ezzel párhuzamosan kezd kialakulni az atommag- és a szubnukleáris fizika és ezeknek első elméletei. Ezek pedig két új alapvető fizikai kölcsöhatást, erőt vezetnek be a fizikába: az atommagon belül ható ún. magerőket (H. Yukawa, 1935, A. Proca, 1936) és a radioaktív bomlásokat (mint pl. a ß-bomlást) okozó gyenge kölcsönhatást, melynek első elméletét E. Fermi alkotja meg, 1933-1934-ben. Tehát már nem két alapvető erővel (gravitáció és elektromágneses), hanem néggyel kell számolnunk. Ezek, erősségük (intenzitásuk) sorrendjében, a következők: 1, nukleáris erős kölcsönhatás; 2, elektromágneses erők; 3, a radioaktív bomlásokat okozó gyenge nukleáris kölcsönhatás; és 4, a leggyengébb, a gravitációs erők. Most már ezeknek kell megteremteni az egységes, ha lehetséges geometriai elméletét. Mivel a két újjonnan megjelenő kölcsönhatás kvantumos jellegű (kvantumelmélettel írható le) össze kell egyeztetni ezeket a nem kvantumos, tehát klasszikus jellegű geometrizáló elméletekkel. Ez külön megnehezíti a 4 alapvető kölcsönhatás egységes elméletének kidolgozását.

Hogy eljussunk az új kulcsfogalomhoz, a mértékelmélet lényegéhez, most nem a gravitációtól kell elinduljunk, mint azt a geometrizáló elméleteknél eddig tettük, hanem az elektromágnesesség legjobban kidolgozott kvantumelméletétől, a kvantumelektrodinamikától, melyet tulajdonképpen szintén Weyl vezetett be. Ezt nevezzük magyarul mérték-szimmetriának (H. Weylnél, német eredetiben „Eich-Symmetrie" szerepel, az angol szakirodalomban pedig a „gauge Symmetry" kifejezés használatos). A mérték-szimmetria kapcsolatban van H. Weyl, még 1918-1920-ban megfogalmazott, említett nem metrikus elméletével és az elektromágneses tér négyes potenciáljára $A\mu$-re vonatkozik. Arról van szó, hogy a Weyl-féle elmélet alapösszefüggései nem változnak meg, invariánsak maradnak ("mérték invariancia") ha az A_μ-re egy lokális, azaz a Weyl-térben pontról pontra változó transzformációt hajtunk végre a következőképpen:

$$A_\mu \rightarrow A'_\mu = A_\mu + \frac{\partial \chi}{\partial x_\mu}$$

Ez a híres Weyl-féle lokális mértéktranszformáció, mely azt jelenti, hogy minden pontban az A_μ helyett egy új potenciált, A'_μ vezetünk be, mely abban és csak abban különbözik az előzőtől, hogy minden „mértékét" megváltoztatva, hozzáadunk az előző A_μ -hoz egy ún. mértékfüggvény χ -térbeli változását $\frac{\partial \chi}{\partial x_\mu}$. mennyiséget. Akkor, mikor ezt a mértéktranszformációt H. Weyl bevezette, goemetrizáló elmélete keretében, 1918-1920-ban, sem ő sem más nem gondolta volna, hogy lényegében ennek a mértéktranszformációnak és a neki megfelelő mérték-invarianciának, majd kulcsszerepe lesz az elektromágneses kölcsönhatás kvantumelektrodinamikába való bevezetésében, meghatározásában. Ezt egy évtizeddel később, 1928-1930-ban, szintén H. Weylnek és tőle függetlenül, a híres volt leningrádi neves elméleti fizikusnak, V. Focknak sikerült kimutatni. Ők akkor a már rendelkezésükre álló híres Dirac-egyenletből, az egész relativisztikus kvantumtérelmélet egyik alapegyenletéből indultak ki, mely a 4-dimenziós Minkowski-térben a következő alakban írható fel:

$$\gamma_\mu = \frac{\partial \Psi}{\partial x_\mu} + \frac{m_0 c}{h} \Psi = 0$$

Itt a Ψ a feles spinű elektromosan töltött részecskéket (pl. az elektront és pozitront) leíró négy komponensű spinor függvény, mely a 4-dimenziós kontinuum tér-idő koordinátáitól, a x_μ-től (μ=1,2,3,4) függ. A γ_μ a híres Dirac-féle mátrixok, az m_0 az elektron (pozitron) nyugalmi tömege, a c és h az ismert univerzális állandók, melyek minden relativisztikus és kvantumjellegű egyenletben szerepelnek (a c a fény vákuumbeli sebssége, a h pedig a híres Planck-féle állandó).

Mint ismeretes, a négy komponensű spinor fogalmát, intuitív módon, maga Dirac vezette be a fizikába, 1928-ban. Később kiderült, hogy mint matematikai objektumot tulajdonképpen 1913-ban már a neves francia geométer Elié Cartan, a fentebb említett torziós terek felfedezője is használta, de nem spinor néven. A spinor kifejezést csak később, a híres leideni elméleti fizikus, Einstein közeli barátja, Paul Ehrenfest javaslatára kezdik használni a fizikusok és majd a matematikusok is, azzal a szándékkal, hogy megkülönböztessék a Dirac-egyenletben szereplő 4-komponensű matrix alakú hullám függvényt, a Ψ-t, az egy indexű négyes vektoroktól (mint pl. az elektromágneses tér négyes vektora az A_μ) vagy a kétindexű tenzoroktól (pl. az Einstein egyenletében szereplő $R_{\mu\rho}$, $g_{\mu\rho}$, $T_{\mu\rho}$), tehát más olyan fizikai és matematikai mennyiségektől, melyek sűrűn előfordulnak a fizika alapvető egyenleteiben.

Visszatérve a mértéktranszformáció és a mérték-invariancia fogalmaira, H. Weyl és V. Fock, pontosan a Dirac-egyenlet spinor-függvényére, a Ψ-re, alkalmaznak egy transzformációt, a következőképpen:

$$\Psi \rightarrow \Psi' = e^{\frac{ie}{hc}\chi} \Psi$$

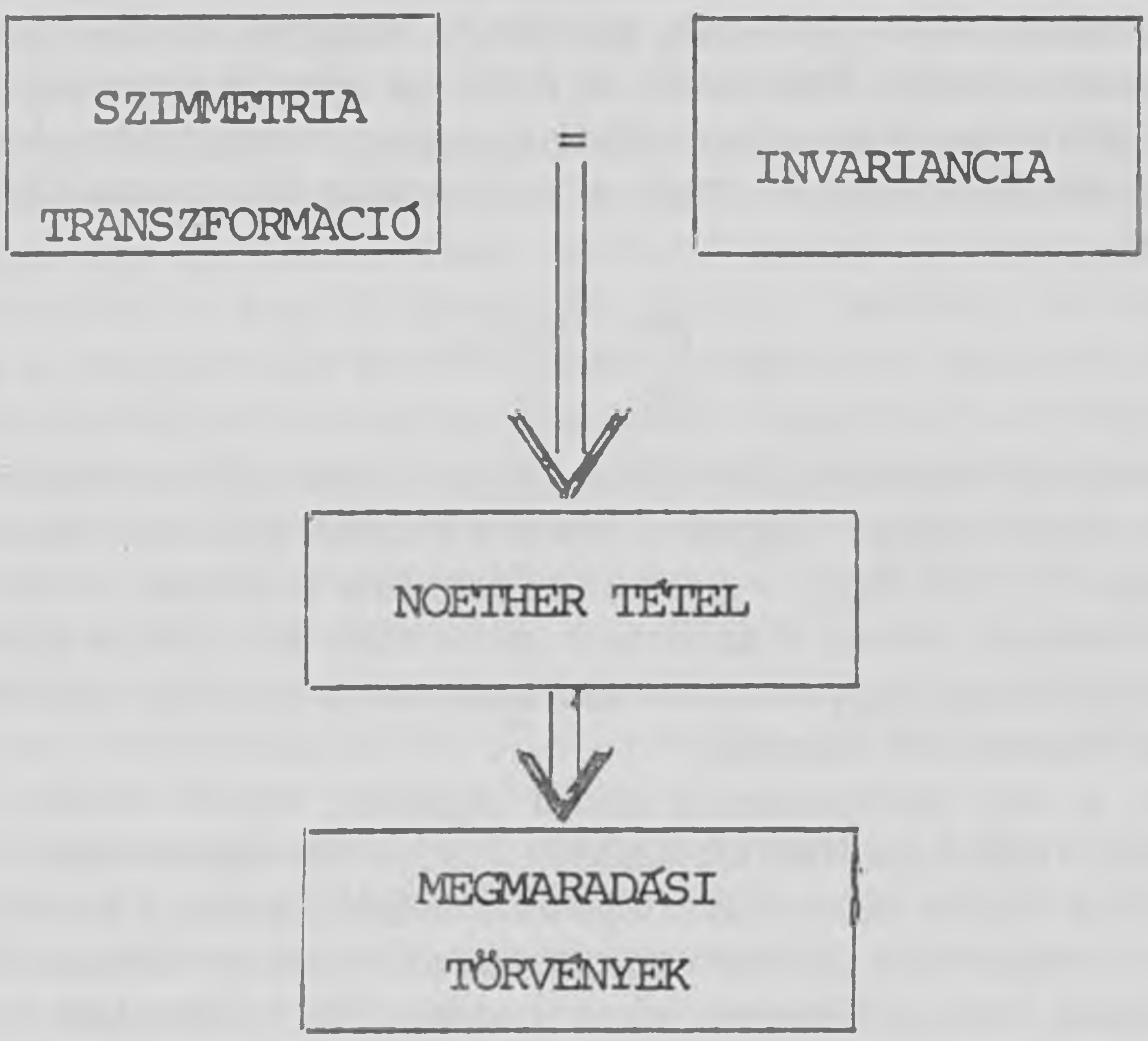
melyet, mivel benne is szerepel a fentebb Weyl által használt mérték-függvény, a .., szintén mértéktranszformációnak, de ezúttal a spinor függvény mértéktranszformációjának neveznek. Mint láthatjuk, ez egy egész más jellegű mértéktranszformáció, multiplikatív jellegű, mert ahhoz, hogy az eredeti spinor függvényből, a Ψ-ből, megkapjuk az új, átalakított spinort, a Ψ' függvényt, egy exponenciális függvénnyel kell szoroznunk, melynek kitevőjében szerepel a χ mérték-függvény. (Az első Weyl-féle mértéktranszformáció – az A_μ-re alkalmazva – additív jellegű transzformáció. (A szakirodalomban, a kettő megkülönböztetésére használják, az utóbbira a „másod-fajú", a Ψ-re pedig az „első-fajú" mértéktranszformáció, vagy néha a Ψ hullámfüggvény fázistranszformáció kifejezést.

Vizsgáljuk meg, milyen következményekkel jár a spinor függvény mértéktranszformációja a Dirac-féle spinor egyenletre. Itt két fontos esetet kell megkülönböztetnünk:

1) globális mértéktranszformáció, mely azt jelenti , hogy a mérték-függvény minden pontban azonos értéket vesz fel, azaz röviden: χ = konstans

2) lokális mértéktranszformáció, azaz helyről-helyre (pontról-pontra) végrehajtott mértéktranszformáció, vagyis tovább már nem egy konstans függvény, hanem minden pontban más és más értéket vesz fel. Röviden: $\chi = \chi(x_\mu)$.

1) Az első, globális esetben könnyen belátható, hogy a szabad elektronokat leíró Dirac-féle spinor-egyenlet nem változik meg erre a transzformációra, tehát invariáns marad. Ez a globális mérték invariancia. Felmerül a kérdés, hogy mi ennek a fizikai következménye. Ezt az invariánsok elméletének egyik híres tételével, az Emmy Noether (Hilbert egyik híres tanítványa) által még 1918-ban kidolgozott Noether-tétel térelméleti alkalmazásával lehet belátni, miszerint: a fizikai törvények és alapvető egyenletek bizonyos szimmetriatranszformációval szembeni invarianciájának mindig a megfelelő fizikai mennyiségek megmaradásának törvényei felelnek meg. Ezt a következőképpen lehet a legegyszerűbben ábrázolni:

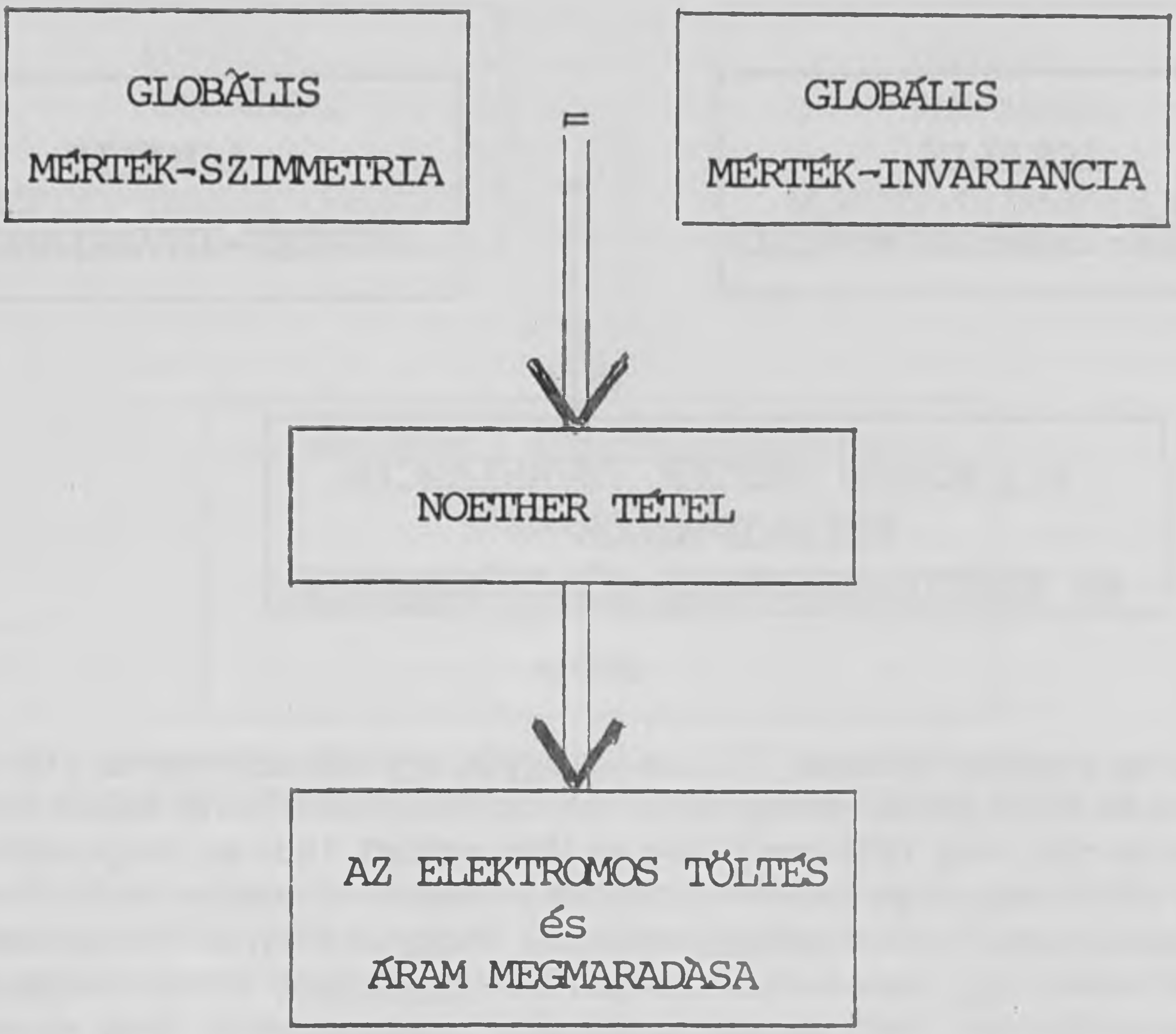


1. ábra

Mint ismeretes, a fizika nagy megmaradási törvényei, a Noether-tétel segítségével, mind következményei különböző tér-idő transzformációval szembeni invarianciának. Így például, az impulzus és energia megmaradási tétele megfelel a fizikai egyenleteknek a koordináta-rendszer origójának eltolásával, (x' =x+a) valamint a kezdeti időpont eltolásával (t'=t+τ) szemben mutatott invarianciájának. A mozgás-egyenleteknek a három-dimenziós térbeli elforgatással szembeni invarianciája, az impulzus momentum megmaradási törvényét vonja maga után.

De feltevődik a kérdés, hogy a mi esetünkben milyen megmaradási törvény következik a Dirac-egyenlet, fentebb említett, globális mérték-invarianciájából. Ki lehet könnyen mutatni, az erre az esetre alkalmazott Noether-tételből, hogy ez éppen az elektromos töltés és áram megmaradási tétele. Ezt grafikailag a következőképpen lehet illusztrálni:

2) Az elektromágneses kölcsönhatás invariatív úton való bevezetésében és meghatározásában, azonban a második eset, a lokális mértékinvariancia a fontos. Tulajdonképpen ez volt az, amellyel Weyl és Fock, 1928-1930-ban közölt mukájukkal megtették a döntő lépést ezen az úton és a lokális mérték-invariancia kikényszerítésével, posztulálásával, sikerült először csak lokális szimmetria segítségével bevezetni az elektromágnesességet. Aránylag egyszerű számítás segítségével be lehet látni, hogy a kölcsönhatás nélküli, tehát a szabad, spinor erőteret leíró Dirac egyenlet nem invariáns a spinorfüggvény lokális mértéktranszformációjával, vagy ahogy már neveztük, lokális fázistranszformációjával szemben, mert megjelenik egy extra tag, mely éppen a mérték függ-



2. ábar

vény tér-idő-beli változásával ($\frac{\partial\chi}{\partial x_\mu}$-vel) kapcsolatos, ami természetesen elrontja az invariancia jelleget. Hogy ezt kiküszöböljük, kompenzáljuk, biztosítva mégis a lokális mérék invarianciát, be kell vezetnünk egy külső vektoriális erőteret, mely nem más mint az elektromágneses tér, melyet, mint említettük, az A_μ, a négyes potenciál jellemez és amelyre, természetesen érvényesnek tekinjük a már használt additív jellegű mérték-transzformációt ($A'_\mu = A_\mu + \frac{\partial\chi}{\partial x_\mu}$). Így a lokális mérték-szimmetria biztosítva van és ennek következményeként megjelenik az elektromágneses kölcsönhatás, mint kompenzációs-erőtér, vagy mérték-tér ("Gauge field" az angol szakirodalomban). Természetesen ez megjelenik, kvantitatív formában, a Dirac egyenletben is a következőképpen:

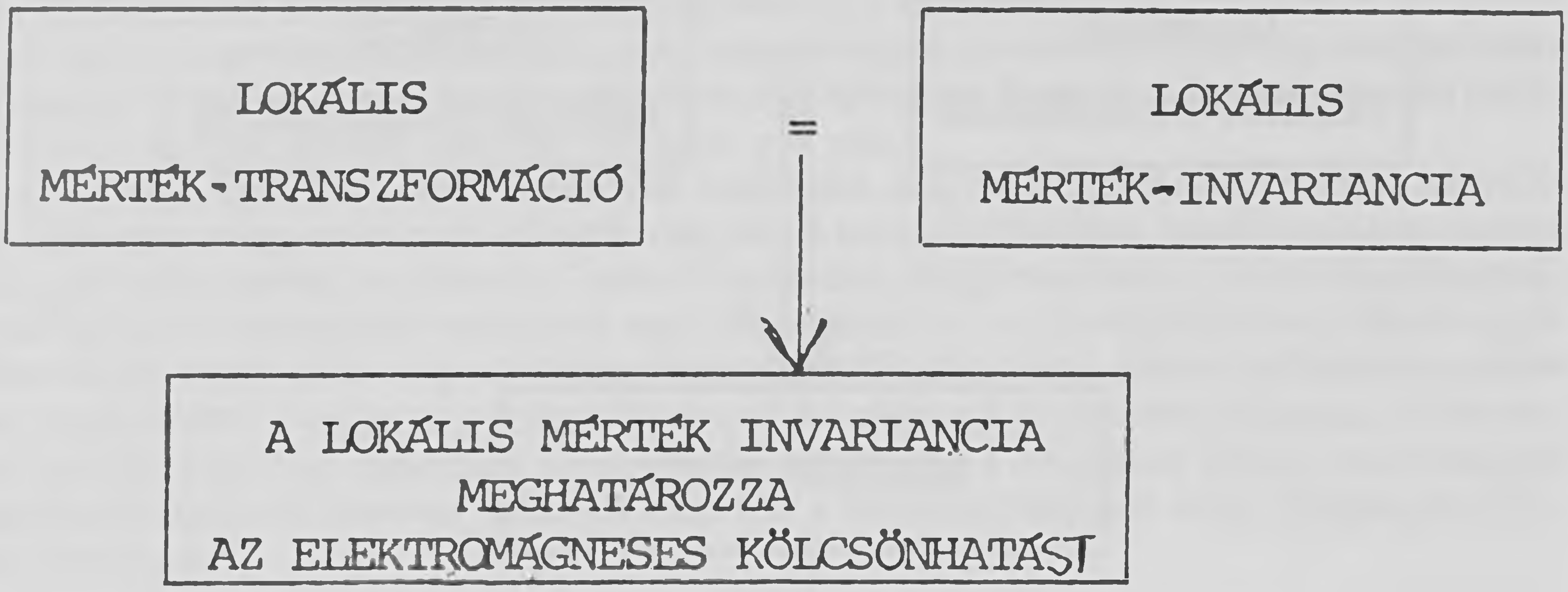
$$\gamma_\mu \left[\frac{\partial\Psi}{\partial x_\mu} - \frac{ie}{hc} A_\mu \Psi \right] + \frac{m_0 c}{h} \Psi = 0$$

mely nem más mint a már ismert Dirac-egyenlet, abban az esetben amikor elektromágneses erőtér is jelen van (az e itt az elemi elektromos töltés, vagyis az elektron töltése).

A lokális mérték szimmetriának ez a dinamikai jellegű következménye, miszerint ebben az esetben, maga a lokális mérték invariancia az, ami most már nem megmaradási törvényt eredményez, hanem meghatározza magát a fizikai erőt, esetünkben az elektromágneses kölcsönhatást, a következőképpen ábrázolható *(3. ábra):*

Érdekes kvantumfizika-történeti tény, hogy az elektromágneses kölcsönhatásnak ilyen jellegű invariantív bevezetését, mint azt 1928-1930-ban H. Weyl és V. Fock tette, szinte egy negyedszázadig senki sem próbálta általánosítani és alkalmazni más alapvető fizikai kölcsönhatások bevezetésére és leírására.

Az első ilyen típusú általánosításig egészen 1954-ig kellett várni. Ekkor jelenik meg C.N. Yang, az alig 30 éves kínai származású amerikai fizikus és munkatársa, R. Mills híres dolgozata, melyben bevezetik az ún. nem-abeli mérték-terek fogalmát, melyet ma, a szerzőik után, Yang-Mills-tereknek is neveznek. (Megemlítjük, hogy C.N. Yang egy má-



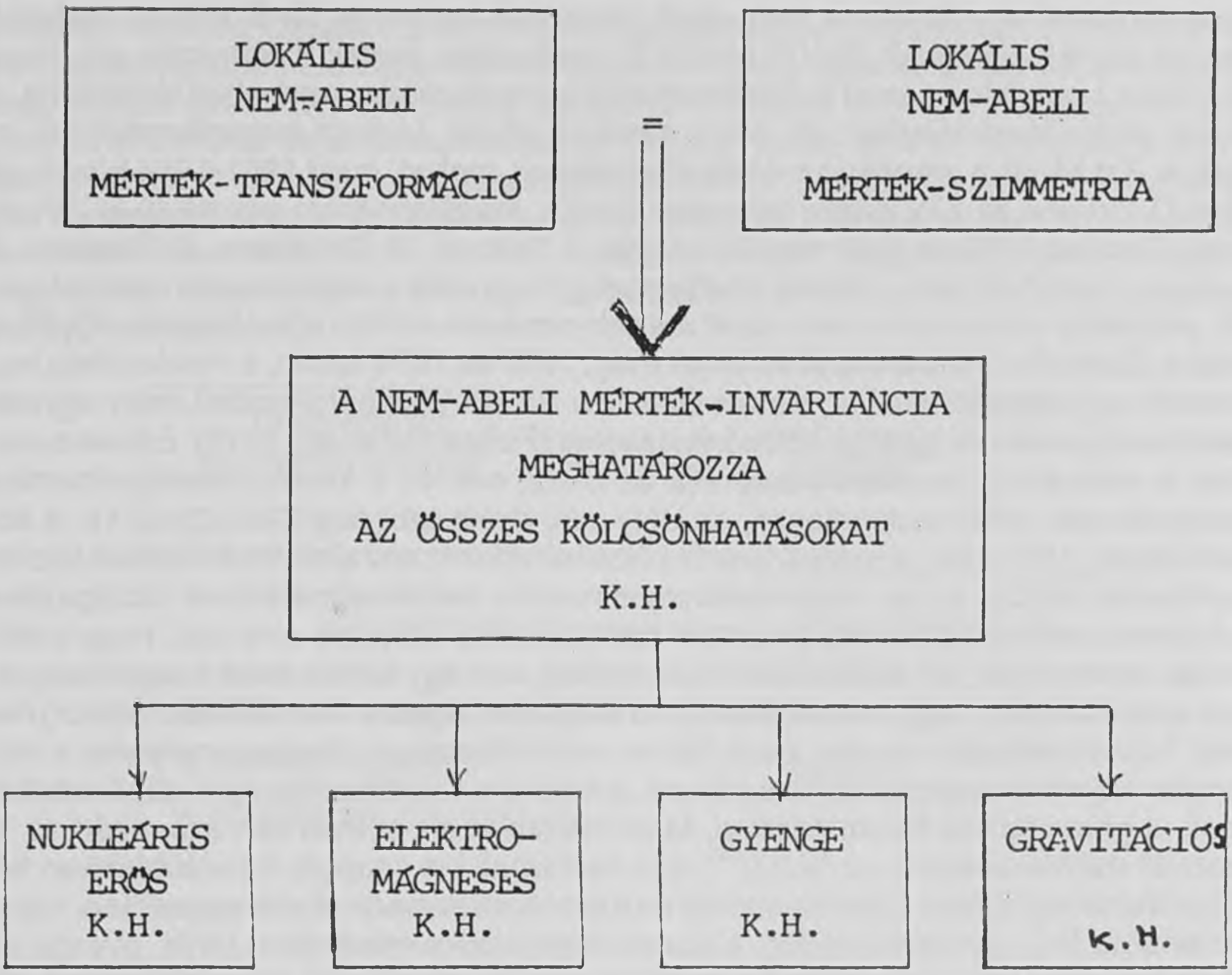
3. ábra

sik fiatal kínai-amerikai fizikussal, T.D. Lee-vel együtt, egy más szimmetria, a tér-tükrözési szimmetria és a vele járó tér-paritás sértés felfedezéséért lett híres és kaptak ezért mindketten Nobel-díjat, még 1957-ben.) Yang és Mills említett, 1954-es, dolgozatában kiterjesztik az elektromágneses lokális invarianciát a magerők izotopikus lokális invarianciájára. Posztulálva egy ilyen izotopikus invarianciát, ahogy azt Weyl és Fock kimutatta, szintén be kell vezetni egy, matematikai szempontból bonyolultabb kompenzációs teret, vagyis a Yang-Mills-teret, melynek kulcsfontosságú tulajdonsága az, hogy ez egy *„nem-abeli" mérték-tér* és melyet röviden jellemezni kell. Ez a kifejezés kapcsolatban van a spinor függvény, a Ψ lokális mérték-transzformációjának algebrai tulajdonságaival. Mint ismeretes, ez a transzformáció kommutatív, azaz felcserélhető és ugyanakkor egy algebrai csoportot alkot mely unitér jellegű és egy paramétere van. Ezt, éppen ezért, U(1)-el jelölik. Ez a lokális mérték invariancia ún. mérték (gauge) csoportja /G=U(1)/. Tudománytörténeti szempontból, a kommutatív csoportok algebrai elméletét két norvég matematikus alkotta meg. A mi Bolyai Jánosunkkal egy évben, 1802-ben született a tragikus sorsú Niels Henrik Abel (1802-1829). A kommutatív csoportokat nevezik róla abeli-csoportoknak. Ilyen például az U(1) csoport is. A másik neves norvég matematikus Sophus Lie (1842-1899) a folytonos csoportok tanulmányozásában szerzett maradandó érdemeket és éppen ezért, a modern elméleti fizikában olyan fontos szerepet játszó folytonos csoportokat, (a mérték-csoportok is ilyenek) ma Lie-csoportoknak nevezzük.

Ezeket előrebocsájtva, most rátérhetünk arra, hogy a Yang-Mills-elméletben használt mérték-csoport, mellyel a lokális izotopikus mérték-invarianciát tudjuk jellemezni, egy speciális 2x2-es transzformációs matrixokat használó unitér csoport, amit, rövidítve, SU(2) mérték-csoportnak nevezünk. Ez a csoport már nem nem kommutatív. Ezért hívják a Yang-Mills elméletet *nem-abeli mértékelméletnek.*

Az elmúlt négy évtized alatt, a Yang-Mills terek 1954-es bevezetéstől napjainkig, 1994-ig, a nem-abeli mérték erőtér fogalma óriási változáson ment át és most már a századvégen elmondhatjuk, hogy a ma ismert, összes alapvető fizikai kölcsönhatások egységes leírásának fontos paradigmájává válott. Ezt illusztrálhatjuk grafikailag a következőképpen:

De hogyan is kell megalkotni egy konkrét fizikai kölcsönhatás nem-abeli mérték-elméletét? „Kell venni egy nem-abeli Lie mérték-csoportot" – adja meg félig tréfásan, félig komolyan a választ Cecilia Jarlskog, ismert norvég neutrino-fizikus, jelenleg a stockholmi egyetem professzornője, s mindjárt a poén kedvéért hozzáteszi: „tulajdonképpen Norvégia a hazája a nem-abeli mérték-elméletnek", mert minden mérték-elmélet elején szerepel az említett két norvég matematikus, Abel és Lie neve. Mindezt Cecilia Jarlskog Einstein centenáriumi évében, 1979-ben, Norvégiában, Bergenben megtartott Neutrinó-79-konferencián mondta el. Ugyanekkor, most már teljes komolysággal, azt is kimutatta, hogy a nem-abeli mérték elméletek igazi úttörőjeként valójában nem C.N. Yangot és R. Millst, hanem a penta-dimenziós „K und K" elméletek egyik megalapozóját, Oscar Kleint



4. ábra

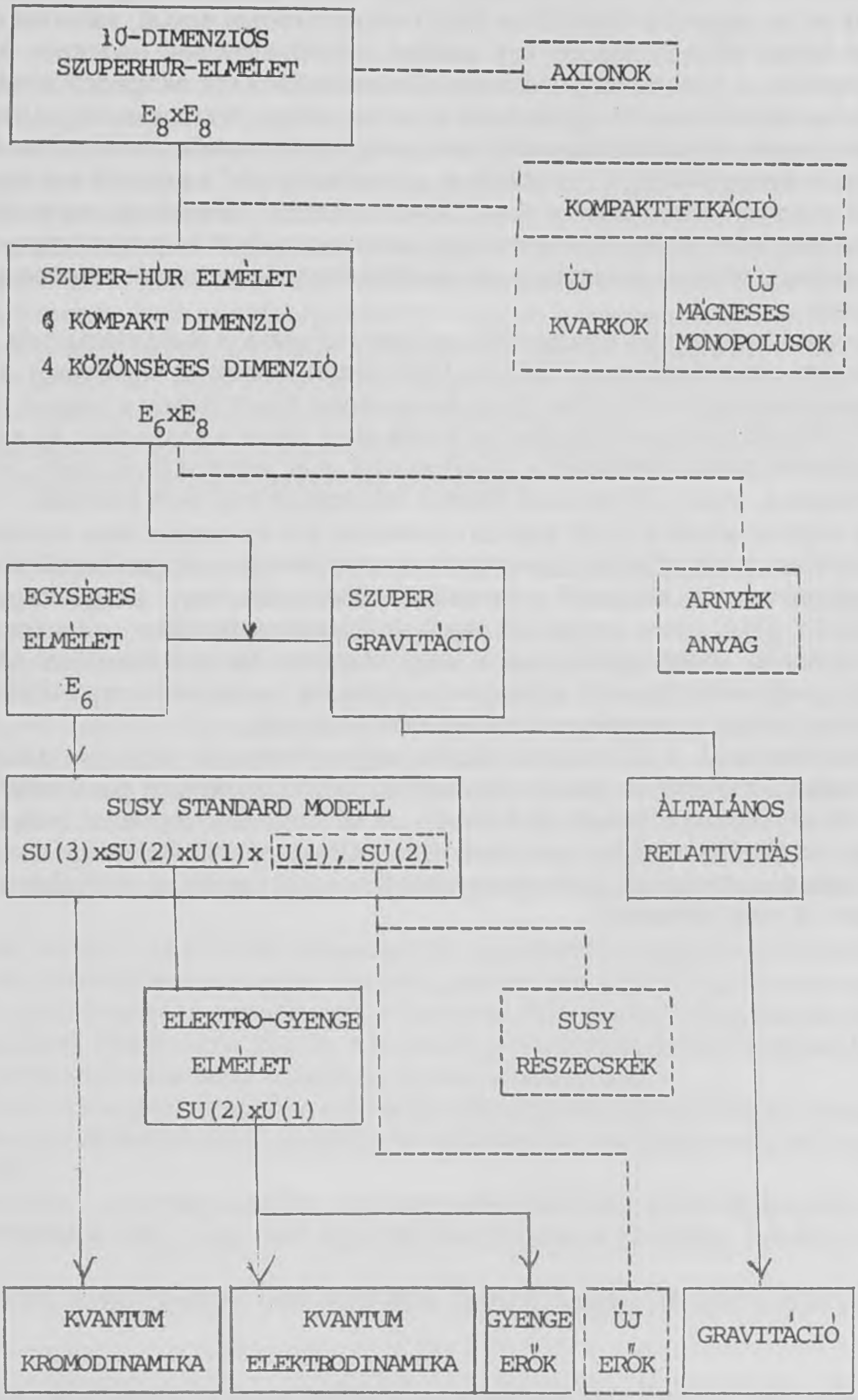
kell tekinteni, aki egy 1938-as, Varsói nemzetközi konferencián megtartott előadásáával szinte két évtizeddel előzte meg a fiatal amerikai fizikusokat. Ugyanerre hivatkozik Abdus Salam is, a mértékelméletek egyik híres továbbfejlesztője, 1979-ben megtarott Nobel-előadásában, melynek a címe is sokatmondó: „Az alapvető fizikai erők mérték egyesítése" ("Gauge unification of fundamental forces"). Erre az előadásra reagál, majd tíz évre rá, maga C.N. Yang, aki az első Oskar Klein emlék-előadásában (The Oskar Klein Memorial Lecture, vol.1, World Scientific, Singapore, 1991). Bebizonyítja, hogy valójában Oskar Klein, 1938-as dolgozatában, nem használja a nem-abeli mérték-szimmetriát és lényegében nem is fedezi fel a kompenzációs nem-abeli tér fogalmát, csak formális matematikai hasonlóságok léteznek a két elmélet között. Befejezve a Yang-Mills elméletek előtörténetét, még meg kell említenünk azt, hogy sikerült kideríteni, hogy a 20. század elméleti fizikájának egyik legnagyobb alakja, a Nobel-díjas Wolfgang Pauli, aki több mint három évtizeden keresztül volt az ETH elméleti fizika professzora, 1953-ban, tehát Yang és Mills előtt egy évvel, ahogy azt a genfi egyesített atommag kutató központban, a CERN-ben található Pauli Arhivum kézirati anyaga bizonyítja, megtalálta a Yang-Mills elmélet alapvető képletét, de azt egyelőre ismeretlen okok miatt, nem publikálta.

Most már tovább követve, 1954-től, a Yang-Mills elmélet fejlődését, érdekes megjegyezni, hogy, szinte hat-hét évig, jóformán senki sem reagálta le azt, nem fogva fel annak jelentőségét, pedig húsz évre rá, a századvég egyik uralkodó fizikai elméletévé vált. Mintegy fél évszázaddal később, a XX. század fizika-története megismételte saját magát. Arra utalok itt, hogy M. Planck 1900-as kvantum hipotézisének, mellyel a kvantumfizika kezdődik, hasonló sorsa volt. 1905-ig, a foton és a foto-elektromos hatás híres, Einstein féle kvantumelméletéig (ezért kapott egyébként, 1921-ben, Nobel-díjat, nem a relativitáselméletéért), Planck hipotézisére senki sem reagált, mintha semmit sem mondott volna. Szinte hasonló volt a Yang-Mills elmélet sorsa is. Azért írom, hogy szinte, mert egyetlen reagálás mégis volt, és nem is akármilyen. Itt a nemrég meghalt japán fizikus, R. Utiyama, 1956-os cikkéről van szó, melynek címe: „A kölcsönhatások invariantív elmélete". Ebben a cikkben Utiyama két fontos eredményt közöl: 1, kidolgozza a kompenzációs-terek áltanános elméletét egy általános, nem-abeli Lie mérték-csoportra, G=SU(N)-ra, melynek az ismert mérték-elméletek /SU(1) és SU(2)/ partikuláris esetei; 2, kimutatja azt, hogy lényegében a gravitációs-teret is értelmezhetjük kompenzációs, nem-abeli térként, ha, a speciális relativitáselméletben oly fontos szerepet játszó, Lorentz transzformációt is lokalizáljuk. Ezt hívják a gravitáció mérték-elméletének, melyet, majd 1961-1964 között, az említett D. Sciama és T.W. Kibble fejlesztett tovább, megalapozva a gravitáció ECSK-elméletét. Csak az 1960-as évek elejétől kezdve, J. Sakurai, M. Gell-Mann, S. Glashaw, J. Schwinger, majd A. Salam, J. Ward, St. Weinberg, hogy csak a legfontosabb neveket említsük, próbálták alkalmazni a nem-abeli mérték-elméletet a többi kölcsönhatás együttes leírására. Ezekből a kutatásokból született meg, 1967 és 1974 között, a mindezideig legsikeresebb egységesítő elmélet, a híres Glashow-Salam-Weinberg-modell, mely egyesíti az elektromágneses és gyenge kölcsönhatásokat (Fizikai Nobel-díj, 1979). Ennek a modellnek a nem-abeli Lie mérték-csoportja az SU(2)-nek és a kvantumelektrodinamika egyparaméteres unitér csoportjának, az U(1)-nek, direkt szorzata /GSU(2)xU(1)/. A következő lépés, 1974 után, a nukleáris erős kölcsönhatások, ami alatt ma a kvarkok közötti kölcsönhatást értjük, az ún. kvantrumkromodinamika mérték-elméletének kidolgozása volt. A kvantrumkromodinamika (kvantum-színdinamika) kifejezés arra utal, hogy a kölcsönható kvarkoknak, az elektromos töltés mellett, van egy furcsa extra tulajdonságuk, melyet színtöltésnek, vagy, nem találván jobb kifejezést, egyszerűen színnek (colour) neveztek. Tuljadonképpen minden kvark három színváltozatban létezhet, melyeket a kölcsönhatás folyamán egymással kicserélnek, a kvantum színdinamika nem-abeli mértékterének, a gluon-térnek közvetítésével. Mivel három kvark-színről van szó, ezért az itt felhasznált mérték-csoport, az $SU(3)^{col}$, egy nem-abeli Lie csoport. A továbbiakban felmerült a Weinberg-Salam-Glashow modell és a kvantumkromodinamika egyesítése, mellyel le lehetne írni, egységes módon, a szubnukleáris fizika mindhárom (erős, gyenge és elektromágneses) kölcsönhatását. Ez az elmélet az ún. grandiózus egyesítési modell, röviden GUT (az angol Grand Unification Theory után). Ennek, a néha standard modell-nek is nevezett, egyesítő elméletnek a nem-abeli mérték-csoportj a $G=SU(3)^{col}xSU(2)xU(1)$.

Mint láthatjuk , a GUT-modell nem foglalja magába a gravitációt, pontosan azt az alapvető kölcsönhatást, mellyel az Einstein-féle geometrizáló egységes program elindult, a huszas évek elején. Ahhoz, hogy ezt is beépítsük, a GUT-típusú elméletben egy új szimmetriára és a neki megfelelő mérték-invarianciára volt szükség. Ezt fogalmazták meg a hetvenes évek közepe után. Ez az új szimmetria a szuper-szimmetria (rövidítve SUSY) nevet kapta, mely nem más mint a fermion-bozon szimmetria, mely összekapcsolja a félegész perdületű elemi részeket (fermionokat) az egész spinnel rendelkező bozonokkal. Tehát kiindulva egy ilyen új, belső (intrinsec) fermion-bozon-szimmetriából, mely egyben tér-idő (Lorentz-Poincaré) szimmetriát is tartalmaz, és ezt lokalizálva, amint azt a mérték-elméletben láttuk, eljutunk a lokális SUSY-elmélethez, mely nem más mint a szupergravitáció. De az ilyen szupergravitációs elméletekre, általában, többdimenziós Riemann-terek használata a jellemző. Ezekkel pedig eljutottunk újra, most már a 80-as években, a Kaluza-Klein-típusú elméletekhez, de ezek már ún. nem-abeli K-K elméletek és nem penta-dimenziósak. A szuperszimmetria segítségével sikerült egy alsó korlátot meghatározni a tér-jellegű extra-dimenziókra. Jelöljük K-val az extradimenziók számát, így d=3+1+K. A fent említett határ kisebb vagy egyenlő héttel (K..7), így a szupergravitációban maximum 11-dimenziós nem-abeli K-K elmélettel van dolgunk.

A következő lépés – és egyelőre az utolsó – ezen a területen, a – cikkünk elején már említett, 10-dimenziós Kaluza-Klein-típusú szuper-húr-elmélet, a „minden dolgok elmélete", melyben sikerült pontosan meghatározni az extra-dimenziók számát, ez K=6 (d=3+1+6=10). Természetesen, ennek az elméletnek, melynek alapjait ezelőtt tíz évvel, 1984-1985-ben, sikerült megfogalmazni, léteznek más jelentős jellemvonásai is. Ebben a szuper-húr-elméletbe egy olyan nem-abeli szimmetria-csoportra van szükség, mely magába foglalja az összes nem-abeli Yang-Mills-típusú erőtereket, de ugyanakkor leírja a szuperszimmetrikus (SUSY) gravitáció-elméletet, a szupergravitációt is, oly módon, hogy a gravitáció és a Yang-Mills terek ilyen összekapcsolásánál jelentkező ellentmondásokat (az ún. „anomáliákat") egyértelműen és automatikusan kiküszöbölje. Az egyik ilyen lehetőség megtalálása, a szuper-húr-elmélet elindítói, Michael Green és John

Schwarz nevéhez fűződik. Ez a nem-abeli mérték-csoport tulajdonképpen két különleges (ún. „excepcionális") Lie-csoportok szorzata, $G=E_8xE_8$. Ezeket, a már sokat emlegetett, nagy francia geométer, Elie Cartan fedezte fel a század elején, a Lie-csoportok osztályozása alkalmával és az excepcionális (a nagy „E" jelölés erre az elnevezésre utal) Lie-csoportok közül ezeknek a rangja a legmagasabb. Az E_8-on kívül még két ilyen különleges Lie-csoport létezik, az E_6 és E_7. Az E_6 -csoportot már részletesen tanulmányozták és sikerrel használták bizonyos GUT-típusú elméletek megvalósításánál, kimutatván, hogy belőle megkapható a standard GUT-elmélet már említett szimmetria-csoportja, a $SU(3)^{col}xSU(2)xU(1)$.



5. ábra

E8xE8-típusú szuper-húr-elmélet, lehetséges fenomenológikus következményekkel. Az új részecskéket és a lehetséges új kölcsönhatásokat szaggatott vonalakkal ábrázoltuk.

Mint ahogy azt kimutatta a szuper-húr-elmélet másik nagy alakja, a princetoni elméleti fizikus Edward Witten, az 1990-es matematikai Fields-díj kitüntetettje (matematikai Nobel-díjnak is szokták nevezni) és munkatársai, ez az E_8xE_8-as szuper-húr-elmélet nagy jelentőséggel bír az asztrofizikai és kozmológiai valamint a kísérleti fenomenológiai alkalmazások szempontjából. Amint a mellékelt táblázaton nyomon követhető, az E_8xE_8 szimmetria-csoportjának egyik E_8-csoportja, abban az esetben ha a 6 szuperdimenzió, mint rejtett dimenziók kompaktifikálódnak, összegöngyölődnek és egy különleges, ún. „Calabi-Yau" matematikai teret alkotnak, akkor lebomlik egy E_6-excepcionális-csoport. Ebből, mint fentebb jeleztük, a GUT-elméleten keresztül levezethetők a ma ismert összes elemi részecskék (a leptonok és kvarkok, még a nemrég kísérletileg felfedezett hatodik „top"-kvark is) az egyelőre hipotétikus SUSY-részecskékkel együtt, valamint az összes ma ismert fizikai kölcsönhatások fent említett mérték-elméletei (kvantum- kromo- és elektro-dinamika, a gyenge és gravitációs kölcsönhatások ma elfogadott elméletei).

A másik E_8-mérték-csoport egy teljesen új szimmetrikus részecskevilágot írna le, mely az elmélet szerint, az ismert részecskékkel csak gravitációs kölcsönhatásban lenne. Ezt a hipotétikus részecskevilágot nevezték el *„árnyékvilágnak"* s ezekből a részecskékből felépíthető anyagot *„árnyékanyag"*-nak ("Shadow matter"). Ennek az árnyékvilágnak lehetnek érdekes asztrofizikai és kozmológiai következményei és fontos szerepe az Univerzum szerkezetének és dinamikájának alakításában, de ez természetesen mind-mind feltárásra vár.

Befejezve a 10-dimenziós Kaluza-Klein szuper-húr-elmélet rövid elemzését, még csak azt szeretném elmondani, hogy 1985 és 1990 között, ennek az elméletnek a „prófétái" nagy lelkesedéssel arról beszéltek, hogy ha az utóbbi 50-60 évben az egész fizika fejlődésének fő irányát a kvantum elmélet határozta meg, akkor a századvég és a következő század elkövetkezendő évtizedeit a 10-dimenziós „K-K" elmélet fogja uralni. Ez a határtalan optimizmus, most a 90-es évek közepe felé sajnos már nem érezhető. Talán azért van ez így mert az elmúlt évtized alatt az elméletnek elvi és matematikai konzisztenciája és logikai koherenciája ellenére sem sikerült olyan új fenomenológiai predikciókat, jóslatokat megfogalmaznia, melyeket a rendelkezésünkre álló nagy részecskegyorsítókkal (CERN, DESY, FNAL) és a megfelelő megfigyelő berendezésekkel, valamint a ma működő csillagászati obszervatóriumokkal vagy földalatti laboratóriumokkal kísérletileg, vagy megfigyelésekkel igazolni lehetett volna. Mindez továbbra is nagy kihívás századunk kísérleti fizikája és megfigyelő csillagászata számára.

Mindazonáltal most, a XX. század végén, nagyon fontos és lényeges dolog, hogy a „minden dolgok elmélete", az összes alapvető kölcsönhatások nagy geometriai elmélete, minden más elméletnél közelebb áll Einstein utolsó álmának megvalósításához. Ugyanakkor ez az az elmélet, melyben szinte szó szerint beigazolódik Bolyai Jánosnak a térről vallott felfogása is, miszerint: „a tér olyan rejtett kincseket tartalmaz, melyeket a felszínen haladó nem lát meg sohasem".

Elhangzott a 20. század szellemi körképe című konferencián