

# A középiskolai matematikafelvételik tanulságai és ezek megjelenése a tanítóképzésben – „Okosabb vagy, mint egy ötödikes?”

Kórus Péter és Pintér Klára

[korus.peter@szte.hu](mailto:korus.peter@szte.hu); [pinter.klara@szte.hu](mailto:pinter.klara@szte.hu)

SZTE JGYPK Alkalmazott Pedagógiai Intézet

Tanulmányunkban az elmúlt évek központi írásbeli vizsgáinak matematika-feladatlapjait vizsgáljuk, feltárjuk jellemzőiket, eredményeiket, összegyűjtjük, milyen ismeretekre, képességekre van szükség a feladatok sikeres megoldásához. Példaként a 2022-es évben az első vizsganapon megírt matematika-feladatsorokat elemezzük. Kitérünk a 4., a 6. és a 8. osztályosoknak kiadott feladatok közül azokra, amelyek nagyobb nehézséget okoztak, vagy éppen meglepően jól sikerültek a gyerekeknek. Összehasonlításképpen bemutatjuk, hogy az SZTE JGYPK tanító szakos hallgatói milyen eredménnyel oldották meg a 4., illetve a 6. osztályosoknak szánt matematika-feladatsorokat.

**Kulcsszavak:** központi írásbeli vizsgák, matematika, tanítóképzés



## Bevezetés

**M**atematikaórákon, mint minden más órán az iskolában, a gyerekeknek számos dolgot és feleletet keresztül kell számot adniuk tudásukról. A matematikai tudás alapvető fontosságát talán nem is kell különösebben részletezni, hiszen emellett, hogy ez a tantárgy egész iskolai tanulmányainkat végigkíséri, a mindennapi életünkben is számos alkalommal kell összeadnunk, szoroznunk vagy még ennél is bonyolultabb műveleteket végeznünk. Emellett a középfokú iskolába felvételiző általános iskolásoknak – központi írásbeli vizsgák keretében – matematikatudásukról is bizonyítást kell adniuk. Ezekben az írásbeli vizsgákban a diákoknak feladatsorokat kell megoldaniuk, amelyek sikeres megírásához a matematika számos területén megfelelő tudással kell rendelkezniük. A korábbi feladatsorok és a statisztikák bemutatásával, a különböző feladattípusok nehézségeinek és megoldási módszereinek elemzésével igyekszünk a tanulóknak és tanítóiknak is támpontot adni az ilyen típusú vizsgákra való felkészüléshez, felkészítéshez.

Mivel a központi matematika-feladatsorokat negyedikes és hatodikos diákoknak is meg kell oldaniuk, így elvárható ezen diákok tanítóitól is, hogy munkájuk során

felkészítsék őket a vizsgák minél sikeresebb megírására. Mi, az SZTE JGYPK Tanítóképző Tanszék oktatói igyekszünk olyan tanító szakos hallgatókat képezni, akik szakmai tudása lehetővé teszi azt, hogy későbbi munkájuk során diákjaikat felkészítsék ilyen számonkérésekre. A matematika műveltségterületes hallgatók az 1–6. osztályos matematika-tananyag átadására hivatottak, míg az egyéb műveltségi területet választó hallgatóknak az alsós matematikatanításhoz kell elegendő tudással rendelkezniük. Ennek megfelelően 6. osztályos felvételi feladatsort matematika műveltségterületeseknek adtunk megoldásra, míg 4. osztályos feladatsort olyan hallgatókkal oldattunk meg, akik vagy nem választottak még műveltségi területet, vagy nem a matematika mellett döntöttek. Diákjainknak ugyanannyi időt biztosítottunk a feladatsorok megírására, mint az iskolás gyerekeknek. Eredményeiket későbbi fejezetben mutatjuk be.

## A központi írásbeli vizsga

Központi írásbeli felvételi dolgozatokat 2001-től írnak a középiskolákba felvételiző tanulók magyarból és matematikából. Kezdetben csak a 8. osztályos és a 6. osztályos gimnáziumokba felvételiző gyerekek számára készültek központi feladatsorok, 2004-től már a 4. osztályos gimnáziumok is központi írásbeli alapján válogathattak a jelentkezők közül. 2009-től 2012-ig a 4. osztályos matematika tagozatokra felvételizők tettek tehetséggondozó központi írásbeli vizsgát.<sup>1</sup>

A központi írásbeli vizsga magyarból és matematikából egy-egy 50 pontos feladatsor, amelyek 10-10 feladatának megoldására 45-45 perc áll a felvételizők rendelkezésére. A tanulók előbb a magyar-, majd 15 perc szünet után a matematika-feladatlapot oldják meg. A sorrenden már többször vitatkoztak, a magyar általában kevésbé keseríti el a gyerekeket, viszont így fáradtabban kezdik a matematika-feladatlap írását. A felvételi napján igazoltan távollevők egy-egy héttel későbbi pónapon (Covid-19-években két pónapon) írhatnak felvételi vizsgát.

A központi írásbeli célja, hogy mindenki számára egységes, kiszámítható összemérést tegyen lehetővé, ami alapján a középfokú iskolák kiválogathatják azokat a tanulókat, akik várhatóan megállják a helyüket a képzésben.<sup>2</sup>

Korábban a középiskolák sokféle írásbelit, szóbelit tartottak, amire a tanulók nem tudtak megfelelően felkészülni. Ez az egységesség a kiszámíthatóság miatt a gyerekek számára előnyös, az iskoláknak azonban sokszor nehézséget okoznak a tagozatok különböző igényei. Ezt volt hivatott kiküszöbölni néhány évig a 8. osztályosok által írt tehetséggondozó matematika írásbeli vizsga, azonban valószínűleg a jelentkezők

1 *Központi írásbeli feladatsorok, javítási-értékelési útmutatók.* Oktatási Hivatal. [https://www.oktatas.hu/koznevelas/kozepfoku\\_felveteli\\_eljaras/kozponti\\_feladatsorok](https://www.oktatas.hu/koznevelas/kozepfoku_felveteli_eljaras/kozponti_feladatsorok) (2022. október 7.)

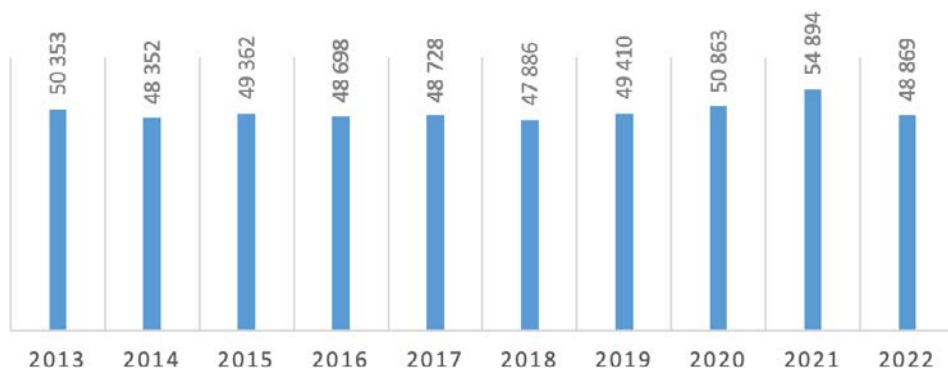
2 *Felvételi a középfokú iskolákban a 2021/2022. tanévben.* Oktatási Hivatal. [https://www.oktatas.hu/pub\\_bin/dload/kozoktatas/beiskolas/prezentaciok/kifir\\_felveteli\\_2022.pptx](https://www.oktatas.hu/pub_bin/dload/kozoktatas/beiskolas/prezentaciok/kifir_felveteli_2022.pptx) (2022. október 7.)

csekély száma miatt ez megszűnt. A Szegedi Radnóti Miklós Kísérleti Gimnázium igazgatójával, dr. Nagy Anett-tel, valamint az SZTE Gyakorló Gimnázium és Általános Iskola igazgatójával, dr. Dobi Jánossal való beszélgetésekből az derül ki, hogy a középiskolák rangsora szerint Szeged két legjobb gimnáziumában a jelenlegi matematika központi írásbeli – a matematika tagozatok kivételével – alkalmas a 4 osztályos gimnáziumba jelentkezők közül való válogatásra. A biológia tagozatra is a gyerekek gondolkodási képességei alapján veszik fel a jelentkezőket, dr. Nagy Anett még a szóbeli angol felvételi és a központi matematika írásbeli eredményei között is talált összefüggést.

A felvételi célja az, hogy a tanulók közül tudásuk és képességeik alapján lehessen válogatni, ami azt jelenti, hogy sokszor szorgalmas, kitűnő tanulók között kell különbséget tenni. Így előfordulhat, hogy sok, korábban színötös tanuló most 35 pontos matematika írásbelit ír (50 pontból), ami nagy csalódás lehet számára. A gyerekeknek és a szüleiknek meg kell barátkozniuk a gondolattal, hogy ez a 35 pont is nagyon jó lehet a megfelelő középiskolában, hiszen nagyon kevesen érnek el maximális pontszámot.

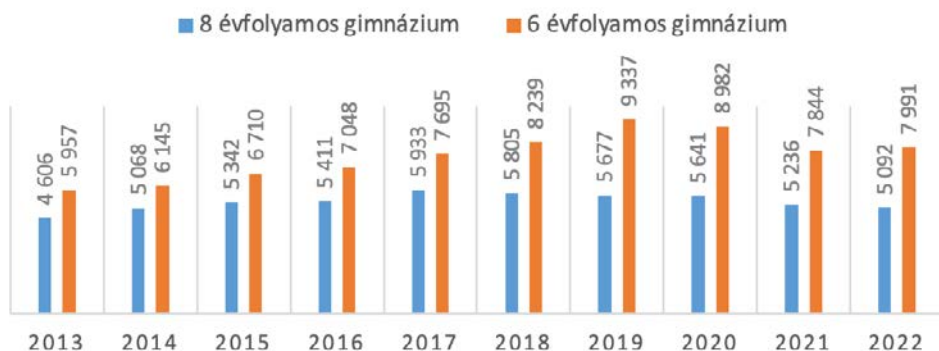
## A felvételizők száma és eredményeik

A középfokú iskolák maguk dönthetik el, hogy a hozzájuk jelentkezőktől megkövetelik-e a központi írásbeli felvételi vizsga megírását; ahol kisebb a túljelentkezés, az általános iskolai jegyek, esetleg szóbeli alapján döntenek. A következő diagramok a középfokú felvételi vizsgát író tanulók számát mutatják. Az első a 8. osztályos felvételizők számát mutatja, a második pedig a 4. és 6. osztályosok számát.



1. ábra: A 8. osztályos felvételizők száma<sup>3</sup>

<sup>3</sup> Felvételi a középfokú iskolákban a 2021/2022. tanévben. Oktatási Hivatal. [https://www.oktatas.hu/pub\\_bin/dload/kozoktatas/beiskolazas/prezentaciok/kifir\\_felveteli\\_2022.pptx](https://www.oktatas.hu/pub_bin/dload/kozoktatas/beiskolazas/prezentaciok/kifir_felveteli_2022.pptx) (2022. október 7.)

2. ábra: A 4. és 6. osztályos felvételizők száma<sup>4</sup>

A következő táblázat a felvételizők számát veti össze a megfelelő évfolyamon tanulók számával. Ehhez a KSH szerint az általános iskola 1. osztályába jelentkezők számát vettük alapul.<sup>5</sup>

| Iskolakezdés | 1. osztályosok | 2022-ben felvételizők | Felvételizők számának csúcsa   |
|--------------|----------------|-----------------------|--|
| 2012         | 100 183        |                       |  |
| 2013         | 107 108        |                       | 4. osztályosok: 2017<br>6. osztályosok: 2019<br>8. osztályosok: 2021 |
| 2014         | 101 070        | 8. osztályosok 48%-a  |  |
| 2015         | 97 553         |                       |  |
| 2016         | 95 391         | 6. osztályosok 8,3%-a |  |
| 2017         | 89 343         |                       |  |
| 2018         | 90 990         | 4. osztályosok 5,6%-a |  |
| 2019         | 91 747         |                       |  |
| 2020         | 103 475        |                       |  |

3. ábra: Felvételizők száma<sup>6</sup>

4 *Felvételi a középiskolai iskolákban a 2021/2022. tanévben.* Oktatási Hivatal. [https://www.oktatas.hu/pub\\_bin/dload/kozoktatatas/beiskolazas/prezentaciok/kifir\\_felveteli\\_2022.pptx](https://www.oktatas.hu/pub_bin/dload/kozoktatatas/beiskolazas/prezentaciok/kifir_felveteli_2022.pptx) (2022. október 7.)

5 *STADAT 23.1.1.8. Általános iskolai nevelés és oktatás.* Központi Statisztikai Hivatal. [https://www.ksh.hu/stadat\\_files/okt/hu/okt0008.html](https://www.ksh.hu/stadat_files/okt/hu/okt0008.html) (2022. október 7.)

6 *STADAT 23.1.1.8. Általános iskolai nevelés és oktatás.* Központi Statisztikai Hivatal. [https://www.ksh.hu/stadat\\_files/okt/hu/okt0008.html](https://www.ksh.hu/stadat_files/okt/hu/okt0008.html) (2022. október 7.)

A táblázat mutatja, hogy a felvételizők számának maximuma a 4. osztályosok esetén 2017-ben, a 6. osztályosok esetén 2019-ben, a 8. osztályosok esetén pedig 2021-ben volt, ami megfelel annak, hogy az 1. osztályosok száma 2013-ban volt a legmagasabb az utóbbi éveket tekintve. A táblázat azt is mutatja, hogy míg a 8. osztályosoknak közel fele ír központi felvételi vizsgát, a 6. osztályosoknak csupán 8,3%-a, a 4. osztályosoknak pedig 5,6%-a. Ennek oka, hogy a 6 és 8 osztályos gimnáziumok inkább a tehetséggondozást szolgálják: azok az általános iskolások választják őket, akik kiemelkednek az osztályukból, és szeretnék magasabb szinten folytatni tanulmányaikat. Ennek megfelelő a matematika-feladatlapok nehézsége is, a 4. és 6. osztályosok írásbelijében sokszor több gondolkodtató, szokatlan feladatot találunk, mint a 8. osztályos feladatsorban.

Az utóbbi évek központi írásbeli dolgozatának átlagpontszámai láthatók a következő táblázatban. A felvételin az 1. napon igazoltan távol maradók számára egy, a Covid–19-járvány miatt két pótnapot is hirdettek. A táblázat az 1. napon írt dolgozatok eredményeit mutatja, a pótnapokon dolgozatot írók elenyésző száma miatt.

| Vizsga éve | Magyar nyelvi                        | Matematika | Összesített eredmények | Magyar nyelvi                        | Matematika | Összesített eredmények | Magyar nyelvi                        | Matematika | Összesített eredmények |
|------------|--------------------------------------|------------|------------------------|--------------------------------------|------------|------------------------|--------------------------------------|------------|------------------------|
|            | feladatlap a 8. évfolyamosok számára |            |                        | feladatlap a 6. évfolyamosok számára |            |                        | feladatlap a 4. évfolyamosok számára |            |                        |
| 2007       | 30,0                                 | 23,3       | 53,2                   | 38,0                                 | 28,2       | 66,2                   | 39,8                                 | 21,9       | 61,1                   |
| 2008       | 28,0                                 | 20,6       | 48,5                   | 36,1                                 | 32,2       | 68,3                   | 34,8                                 | 23,4       | 58,1                   |
| 2009       | 27,9                                 | 22,6       | 50,7                   | 41,3                                 | 31,3       | 72,4                   | 41,8                                 | 30,3       | 72,0                   |
| 2010       | 35,5                                 | 16,5       | 52,0                   | 34,2                                 | 20,1       | 54,2                   | 34,9                                 | 32,8       | 67,5                   |
| 2011       | 30,4                                 | 27,0       | 57,4                   | 35,3                                 | 27,2       | 62,5                   | 34,1                                 | 37,7       | 72,0                   |
| 2012       | 25,2                                 | 23,5       | 48,7                   | 38,8                                 | 26,8       | 65,6                   | 27,1                                 | 34,3       | 61,4                   |
| 2013       | 29,3                                 | 19,8       | 49,1                   | 37,2                                 | 23,2       | 60,3                   | 35,5                                 | 36,2       | 71,5                   |
| 2014       | 33,3                                 | 20,7       | 54,0                   | 28,9                                 | 25,9       | 54,8                   | 36,4                                 | 29,2       | 65,6                   |
| 2015       | 29,7                                 | 23,0       | 52,7                   | 31,6                                 | 23,3       | 54,8                   | 37,6                                 | 32,0       | 69,6                   |
| 2016       | 29,0                                 | 18,5       | 47,6                   | 31,8                                 | 22,3       | 54,1                   | 29,1                                 | 28,2       | 57,3                   |
| 2017       | 31,2                                 | 20,4       | 51,7                   | 35,9                                 | 19,7       | 56,1                   | 34,3                                 | 34,6       | 68,7                   |
| 2018       | 32,9                                 | 18,3       | 51,2                   | 30,6                                 | 33,8       | 64,4                   | 35,7                                 | 32,8       | 68,5                   |
| 2019       | 30,0                                 | 19,5       | 49,5                   | 30,0                                 | 25,0       | 55,0                   | 31,3                                 | 24,0       | 55,4                   |
| 2020       | 26,8                                 | 22,7       | 49,5                   | 29,1                                 | 19,9       | 49,0                   | 32,7                                 | 32,5       | 65,2                   |
| 2021       | 24,4                                 | 22,7       | 47,2                   | 31,3                                 | 27,3       | 58,8                   | 35,3                                 | 27,9       | 63,2                   |
| 2022       | 30,0                                 | 22,7       | 52,5                   | 33,3                                 | 29,5       | 62,7                   | 36,8                                 | 33,5       | 70,4                   |

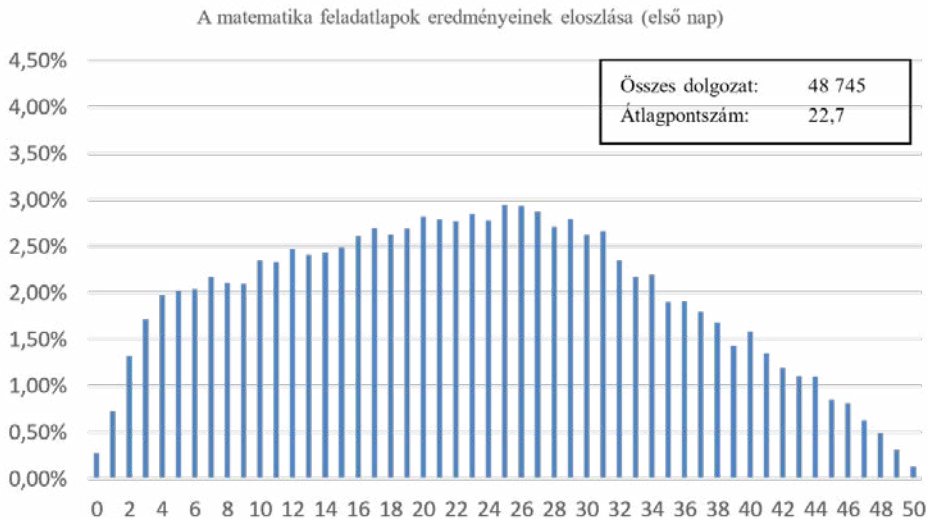
4. ábra: Az első napon megírt dolgozatok eredményei (átlagpontszám)<sup>7</sup>

<sup>7</sup> A középfokú írásbeli felvételi vizsgadolgozatok eredményei 2007–2022. Oktatási Hivatal. [https://www.oktatas.hu/pub\\_bin/dload/kozoktatatas/beiskolazas/OH\\_honlap\\_felveteli\\_eredmenyek\\_2007\\_2022.pdf](https://www.oktatas.hu/pub_bin/dload/kozoktatatas/beiskolazas/OH_honlap_felveteli_eredmenyek_2007_2022.pdf) (2022. október 7.)

A matematikaeredmények csak néhány esetben jobbak a magyar pontátlagoknál: a 6. osztályosoknál 2018-ban, a 4. osztályosoknál 2017-ben és 2011-től 2013-ig. Ez is mutatja, hogy a középfokú iskolák a matematikaeredmények alapján tudnak jobban válogatni.

A tanulók mindhárom évfolyamon 2022-ben érték el az utóbbi évek legjobb eredményét, ami a Covid-19 miatti könnyebb feladatsoroknak volt köszönhető. A mélypont a 8. osztályosoknál 2021-ben, a 6. osztályosoknál 2020-ban, a 4. osztályosoknál pedig 2019-ben volt. Egy-egy feladat sokszor váratlanul jó vagy rossz megoldottsága jelentősen befolyásolja az eredményeket. A 6. osztályosok 2022-es könnyebb feladatsora nem kedvezett például a Szegedi Radnóti Miklós Kísérleti Gimnázium matematika tagozatára felvételizőknek, hiszen ott nagyon sokan voltak 40 pont fölött, így köztük a szóbeli sokszor átírta az írásbeli által adott sorrendet.

A következő diagram a 8. osztályosok 2022-es eredményeinek eloszlását mutatja.

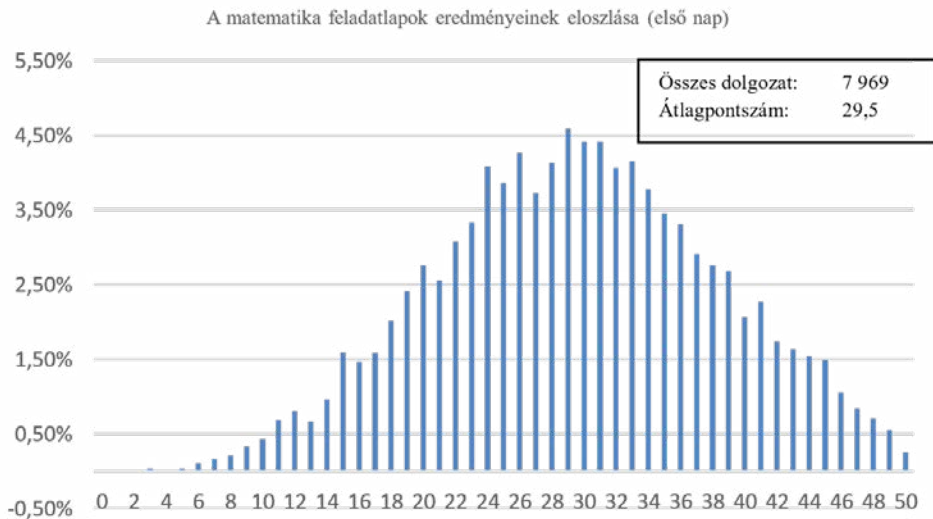


5. ábra: A 8. osztályosok 2022-es eredményei<sup>8</sup>

A megdöbbentő, hogy a tanulók kb. 16%-a 10 pontnál kevesebbet ért el, azaz nem szerezte meg a pontok 20%-át sem. Különösen elkészerítő ez az adat annak tudatában, hogy a dolgozat elején található, egyszerű rutinjellegű számolási feladatokkal 15-20 pontot lehet szerezni, azaz a tanulók 16%-a rendkívül gyenge elemi számolási készségekkel rendelkezik.

<sup>8</sup> A középfokú írásbeli felvételi vizsgadolgozatok eredményei 2007–2022. Oktatási Hivatal. [https://www.oktatas.hu/pub\\_bin/dload/kozoktat/kozoktat/beiskolas/OH\\_honlap\\_felveteli\\_eredmenyek\\_2007\\_2022.pdf](https://www.oktatas.hu/pub_bin/dload/kozoktat/kozoktat/beiskolas/OH_honlap_felveteli_eredmenyek_2007_2022.pdf) (2022. október 7.)

A 6. osztályosok eloszlása már jobban közelíti a normális eloszlás haranggörbéjét.

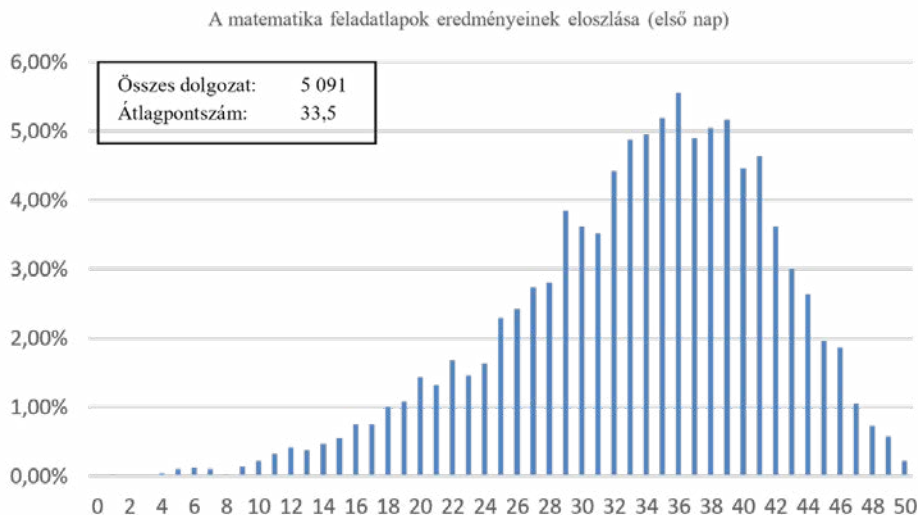


6. ábra: A 6. osztályosok 2022-es eredményei<sup>9</sup>

Itt a 40 pont fölöttiek viszonylag magas száma mutatja, hogy például a 6. osztályos matematika tagozatra felvételizőket nem szelektálta igazán a dolgozat.

<sup>9</sup> A középfokú írásbeli felvételi vizsgadolgozatok eredményei 2007–2022. Oktatási Hivatal. [https://www.oktatas.hu/pub\\_bin/dload/kozoktatas/beiskolazas/OH\\_honlap\\_felveteli\\_eredmenyek\\_2007\\_2022.pdf](https://www.oktatas.hu/pub_bin/dload/kozoktatas/beiskolazas/OH_honlap_felveteli_eredmenyek_2007_2022.pdf) (2022. október 7.)

A jó eredményt elérők közötti kis különbségek még jobban megfigyelhetők a 4. osztályosok eredményein:



7. ábra: A 4. osztályosok 2022-es eredményei<sup>10</sup>

## A matematika-feladatlapok

A matematika-feladatlapok a felvételizők tudásszintje és képességei alapján mérik össze a tanulókat.

### Tudásszint

A szükséges ismereteket a mindenkor Nemzeti alaptanterv (NAT) határozza meg, a tanulóknak minden évfolyamon az előző év végéig szükséges ismeretekkel kell rendelkezniük. Mivel ezek éppen páratlan évek, és a NAT két évente határozza meg a követelményeket, az Oktatási Hivatal a honlapján részletesen közzéteszi minden osztály számára a szükséges ismereteket. Mindig akadnak, akik kétségbe vonják bizonyos ismeretek, például a római számok, mutatós óra szükségességét, azonban amíg ezek a NAT-ban szerepelnek, addig a felvételiben is előfordulhatnak.

<sup>10</sup> A középfokú írásbeli felvételi vizsgadolgozatok eredményei 2007–2022. Oktatási Hivatal. [https://www.oktatas.hu/pub\\_bin/download/kozoktatas/beiskolazas/OH\\_honlap\\_felveteli\\_eredmenyek\\_2007\\_2022.pdf](https://www.oktatas.hu/pub_bin/download/kozoktatas/beiskolazas/OH_honlap_felveteli_eredmenyek_2007_2022.pdf) (2022. október 7.)



## Képességek

A matematika felvételi feladatok minden évfolyamon a következő készségek, képességek mérését helyezik a középpontba.

**Számolási készség:** a természetes számok, magasabb osztályokban a törtszámok és a negatív számok, a természetes számok helyi értékes alakja, a számokkal végzett műveletek, a mértékváltás, becslés alkalmazását jelenti.

**Gondolkodási képességek:** Az összefüggések látása a sorozatok, szöveges feladatok, geometriai problémák megoldásához szükséges. Hasonlóan fontos a következtetések alkalmazása és – a 8. osztályosok esetén – a lejegyzése is. Ki kell emelni a visszafelé következtetést, ami minden évfolyamon különös nehézséget szokott okozni. A problémamegoldási képesség leginkább a szöveges feladatokban jelenik meg, ami minden évfolyamon, de leginkább a 8. osztályosoknál szokta okozni a legnagyobb problémát. A rendszerezési képesség – a szöveges feladatok mellett – a kombinatorikafeladatokban jelenik meg, ami mindig, minden évfolyamon előfordul. Nehézsége, hogy az iskolai tananyagban sokszor háttérbe szorul, vagy a tanév néhány órájára korlátozódik, ami nem készít fel megfelelően az ilyen jellegű feladatok magabiztos megoldására. Sok gyereknek azért okoznak nehézséget az ilyen jellegű problémák, mert többnyire nem tipikusak, így mechanikusan betanult képletek nem segítenek.

**Kommunikációs képességek:** A szövegértés, a megfelelő szókinccs gyors alkalmazása feltétele a sikeres felvételinek. Fontos, hogy ha a tanulók nem is értenek egy-egy szót (előfordult, hogy például a „vonal mentén vágd el a papírt” gondot okozott), a szövegkörnyezetből akkor is ki tudják találni a jelentését, vagy értsék, hogy például a feladatban szereplő nevek nem befolyásolják a megoldást.

A vizualitás, a térszemlélet fontos, hiszen a felvételi feladatsorokban szereplő geometriafeladatok többnyire a képletekbe való mechanikus behelyettesítés helyett a síkbeli, térbeli alakzatok elképzelését, a megfelelő fogalmak értő alkalmazását kívánják. Szöveges feladatoknál, sokszor kombinatorikafeladatoknál is segíti a megoldást a reprezentációk változtatása, a vizuális reprezentációk, vizuális modellek alkotása.

A tanulási képességek, mint a figyelemkoncentráció, a memória, a gondolkodás flexibilitása, a feladatmegoldási sebesség mind jelentősen befolyásolják az eredményességet. A felvételi körülményei, a stressz, a rendelkezésre álló rövid idő különösen a figyelemkoncentrációt és a gyorsaságot teszi próbára. A gyerekeknek 45 perc alatt 10 feladatot kell megoldaniuk a felvételin, miközben egy szokásos iskolai dolgozatban ugyanennyi időre hozzávetőleg 6 feladatot adnak.

## A 2022. évi 1. napi feladatsorról

A felvételi feladatsorok minden esetben 50 pontosak. Míg a negyedik és a hatodik feladatsor feladatai egyaránt 5 oldalnyi olvasnivalót és gondolkodnivalót jelentettek, addig a nyolcadikosoknak 8 oldalnyi feladat jutott. A negyedikesek összesen 27 részfeladatot kaptak, a hatodikosok 37-et, a nyolcadikosok 28-at. A karakterek számát tekintve meglepő módon mindhárom korosztálynak közel ugyanannyit kellett olvasnia, és a magasabb osztályos feladatsorok nem tartalmaznak egyre több olvasnivalót.

## A feladatok pontozása

A 6. osztályosoknál a kérdések magas számának hátterében az állhat, hogy a kérdések többsége 1 pontos, elvéve 2 pontos, és még ott is lényeges, hogy a 2 pont lehetőleg osztható legyen. A kérdések számát azzal lehet csökkenteni, ha kombinatorikafeladatnál fel kell sorolni dolgokat, a 2022. évi 1. napi 4. osztályos feladatsorban eggyel több ilyen feladat volt, mint a 6. osztályosban. A másik lehetőség, ami csak 8. osztályban alkalmazható, hogy a tanulóknak le kell írniuk a megoldás menetét, és annak megfelelően kaphatnak részpontszámot, ha nem teljes a megoldás. A fiatalabbaknál ez nem lehet elvárás, hiszen nagyon kevesen tudják megfelelően leírni a megoldásokat, és a tanítók, tanárok sem helyeznek hangsúlyt ennek megtanítására, idő hiányában nem íratnak „fogalmazásokat” matematikafeladatok megoldásáról. A karakterek magas száma mutatja az olvasási, szövegértési képességek fontosságát. Érdemes megfigyelni, hogy a 4. osztályosoknak milyen sokat kell olvasniuk a matematika-feladatlap megoldásához, ugyanis a feladatlap 5 sűrűn teleírt oldalt jelent.

A fentieknek megfelelően a 4. és 6. osztályos feladatok sokszor lépésekre vannak bontva, és ezek a lépések vezetik is a gyerekeket a helyes megoldás felé, bár előfordulhat, hogy nem éppen abba az irányba, amelyet a gyerek maga választana.

A feladatsorok javítókulcsa adja meg a pontozást. Az egymásra épülő kérdések esetén, ha a gyerek az egyikre adott rossz válasszal helyesen számol tovább, akkor a további válaszokra jár a pont. Fontos, hogy a javítókulcs olyan legyen, hogy egy kezdeti „blöff” válasszal helyesen végigszámolt feladatra ne lehessen majdnem maximális pontszámot kapni.

A 8. osztályosoknál a megoldásmenet leírásának értékelésénél is előfordulnak vitás esetek. Vannak tanárok, akik a szöveges feladatok megoldásánál mindig elfogadják, ha a tanuló próbálgatással találja meg a megoldást. Ez azonban nem helyes, a próbálgatással kapott eredmény nem jelent teljes megoldást akkor sem, ha leellenőrizték, hogy az megfelel a feltételeknek. Csak akkor lehet teljes, ha azt is megmutattuk, hogy nincs más megoldás. Fontos, hogy már alsó tagozaton is így tekintsünk a próbálgatásos megoldásokra, hiszen a gyerekek nem fogják érteni, hogy 8. osztályban miért nem elfogadható az, amit korábban tanultak, mikor, miért, hogyan változtak meg az elvárások. Ezért különösen fontos már alsó tagozattól kezdve a szöveges feladatok

következtetéses megoldásának gyakorlása, ami megfelelően leírva 8. osztályban is alkalmazható, hiszen nem kell mindig feltétlenül egyenlettel megoldani a szöveges feladatokat. Emellett a 8. osztályosok felkészítésénél nagy hangsúlyt kell fektetni a megoldások lépéseinek, következtetéseinek leírására. A szöveges feladatok próbálgatásos megoldásához hasonlóan geometriafeladatoknál a „Határozd meg!” utasításra 8. osztályban nem elfogadható az alakzat megszerkesztése és a kérdéses adat megmérése. Itt is vigyázni kell, és alsóbb osztályokban inkább kerülni azt, hogy a szerkesztés-mérés elfogadható megoldás legyen, hiszen a gyerekek nem fogják tudni, hogy mikortól nem tehetik meg ezt.

### A feladatok szövegezése

A feladatok szövege néha olyan tájékoztató mondatokat tartalmaz, amelyeket jobb lenne a feladatsor elején közzétenni, a gyerekeknek előre tudni, hogy ezek olvasása ne vegyen el időt a 45 percből. Ilyen szöveg például kombinatorikafeladatoknál a következő: „A hibás megoldásért pontlevonás jár.” A 4. osztályosok feladatsorában mindjárt az 1. feladatban kétszer is előfordult, az egész feladatsorban pedig összesen négyszer, ami elég ijesztő lehet az egyébként is izguló kisdíák számára. A gyerekeknek tudniuk kell, hogy egy olyan feladatnál, ahol fel kell sorolni dolgokat, akkor adják meg a teljes megoldást, ha azokat és csak azokat a dolgokat sorolták fel, amelyek megfelelnek a feltételeknek. Ha többet vagy kevesebbet soroltak fel, akkor nem oldották meg helyesen a feladatot, ezért a teljes pontszámnak csak egy részét fogják megkapni, azaz szó sincs pontlevonásról. Egyedül a 6. osztályos feladatsor követi ezt az elgondolást, a 8. osztályosoknál is megtalálhatók ezek a tájékoztató mondatok. Hasonlóan meg lehetne állapodni abban, hogy a „Vigyázz, lehet, hogy több ábra van, mint lehetőség!”, „Az ábra csak tájékoztató jellegű, vázlat, nem pontos méretű.” figyelmeztetések mindig érvényesek, akkor is, ha nincsenek minden alkalommal beleírva a feladatokba.

A feladatok szövegének matematikai precizitása sokszor hosszabbá teszi a feladatokat, miközben észszerű megállapodásokkal néhol lehetne rövidíteni. A továbbiakban ilyen problémákat, lehetőségeket sorolunk fel.

4. osztályban, az iskolai tananyagban a „szám” majdnem mindig természetes számot jelent, azonban a gyerekek már hallanak törtszámokról, negatív számokról, így sajnos sokszor bele kell írni a feladat szövegébe, hogy egész számról vagy természetes számról beszélünk, miközben ezek a fogalmak nem is szerepelnek az alsó tagozatos tananyagban.

Megállapodhatnánk abban, hogy a „kétjegyű szám” kifejezés mindig természetes számot jelent, akkor is, ha ezt nem írtuk oda, hiszen más esetben nem szoktuk a számok számjegyeinek számát ilyen formában említeni.

Szerencsére nem szokás a természetes szám mellé odaírni, hogy a szám tízes számrendszerbeli alakjáról beszélünk, hiszen – bár így pontosabb lenne – ez megzavarná a gyerekeket. Csak akkor beszélünk arról, hogy melyik számrendszerben vagyunk, ha az

nem a megszokott tízes alapú számrendszer. Ez egy működő megállapodás, jó lenne az előzőt is ilyenné tenni.

A számolási feladatoknál a művelet sor kiszámított értékét fogadjuk el megoldásnak. Ez az érettségin szokott nézeteltérést okozni, különösen a kombinatorikafeladatoknál, a faktoriális, a binomiális együtthatók felírása elegendő, vagy ki kell számolni az értéküket.

A válaszok pontosságát az adatok pontossága határozza meg. Például életkoros feladatoknál nem mindegy, hogy egész években számoljuk az életkorokat, vagy hónapokat is számolunk. Például ha Lujzi 1 éves, és Berci háromszor annyi, akkor Berci 3 éves, ha viszont Lujzi 1 éves és 4 hónapos, akkor a háromszor olyan idős Berci már 3 éves és 12 hónapos, azaz 4 éves. A félreértések elkerülése végett sokszor odaírják a hasonló feladatok szövegébe, hogy a szereplők éppen most egyszerre ünneplik a születésnapjukat.

Szintén érvényes hallgatólagos megállapodás, hogy ha a kérdés egyes számban van: „Melyik az a szám...?”, az még nem jelenti azt, hogy a feladatnak csak egy megoldása van. Lehet 0, 1, 2 vagy több megoldás is, mindet meg kell adni.

Már alsó tagozaton is ahhoz szoknak hozzá a gyerekek, hogy ha számkártyáról beszélünk, akkor azokból csak a megadottakat lehet használni, mindegyikből annyit, amennyi le van rajzolva. Ha számjegyet mondunk, akkor abból tetszőleges számú áll rendelkezésre.

Fontos, hogy következetesen használjuk az „állítás” és az „esemény” fogalmakat. Az állítás csak igaz vagy hamis lehet, az esemény lehet biztos, lehetséges, de nem biztos vagy lehetetlen. Korábban több tankönyvben is találkoztunk ezeknek a kifejezéseknek a helytelen használatával. A gyerekek a fogalmak definíciója nélkül is megtanulják, hogy az események kimenetele a véletlentől függ, az állítás pedig csak akkor igaz, ha minden esetben igaz, különben hamis. Megkönnyíthetjük a kifejezések pontos használatát, ha sűrűbben használjuk a „minden” és a „van olyan” kifejezéseket. Például „A téglalap négyzet.” állításra sokszor mondják a gyerekek, hogy lehetséges, hiszen van olyan téglalap, amelyik négyzet, de mivel nem igaz, hogy minden téglalap négyzet, ezért ez az állítás hamis. Könnyebb lenne, ha eleve a „van olyan” és a „minden” kifejezésekkel fogalmaznánk meg az állításokat.

Végül beszélnünk kell egy nagyon fontos megállapodásról, amely szerint a feladatokat úgy értelmezzük, hogy tudjuk azt mondani, hogy nincs megoldás, vagy legyen egy vagy több jól meghatározható megoldás.

Például a „Nagymama 20 kg szilvából 12 üveg lekvárt főzött. Hány üveg lekvárt főz 35 kg szilvából?” feladatban feltételezzük, de nem írjuk bele a feladatba, hogy ugyanakörak az üvegek, ugyanannyi lekvárt tölt az üvegekbe, ugyanolyan a szilva, ugyanolyan sűrűre főzi, ugyanannyi cukrot tesz hozzá, hiszen ha ezek nem teljesülnének, akkor nem tudnánk mit mondani a megoldásról.

Nyílt problémaként szokás emlegetni a következőt: „Kata 8, Dorka 5 barátját hívta meg a közös születésnap ünnepségükre. Hányan voltak az ünnepségen?”. Itt a cél az, hogy keressük meg a lehetőségeket attól függően, hogy Katának és Dorkának hány

közös barátja van. A választ azonban számtalan egyéb körülmény is befolyásolhatja, például mindenki el tudott-e menni, volt-e olyan pillanat, amikor egyszerre ott voltak mindannyian, elmaradt az ünnepség földrengés miatt, a lehetőségeknek nincs határa. Még a nyílt problémáknál is elvárás, hogy legyenek a feltételeknek megfelelő, jól meghatározható megoldások.

A feladatok szövegének sokszor szükségszerű pontosítása néha jelentősen hosszabbá, bonyolultabbá teszi a szövegeket.

## A feladatok tartalma

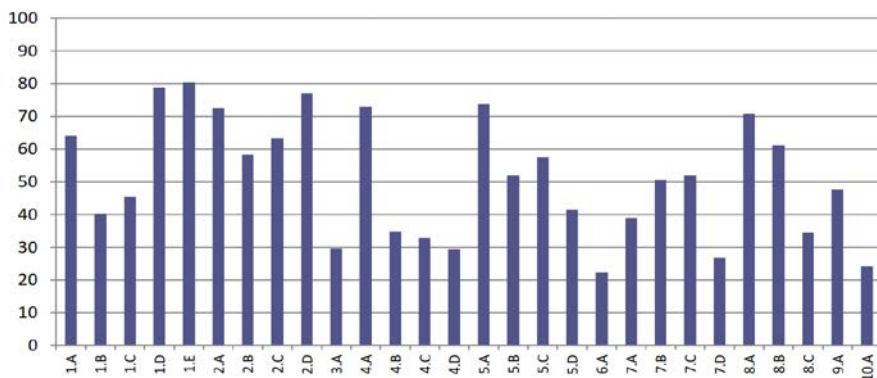
Mindegyik osztályról elmondható, hogy a feladatok matematikai tartalma a következő:

- számok, műveletek;
- mértékegységek;
- statisztika;
- kombinatorika;
- szöveges feladatok;
- síkgeometria: kerület, terület, szögek (8. osztály);
- térgeometria: térszemplélet;
- sorozatok, események, halmazok, logika.

## A 2022-es feladatsorok elemzése

A feladatsorokban – a 4. osztályos kivételével – általános, hogy a feladatok fokozatosan nehezednek. Ennek célja az, hogy egy nehezebb feladat ne akassza meg a gyerekeket, ne okozza azt, hogy emiatt egy későbbi, könnyebb feladat megoldása elmaradjon. Azonban a feladatsor összeállítóinak nem mindig sikerült betartaniuk ezt a fokozatosságot. A következőkben kiemelünk a 2022-es 1. napi feladatsorokból néhány feladatot, amelyek között van olyan, amelyet könnyebbnek szántak, a gyerekeknek mégis problémát okozott, és olyan is, amelyik 10. helyre került, a tanulók mégis nagy arányban oldották meg sikeresen.

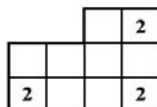
A diagram a 2022-es 1. napi 8. osztályos matematika-feladatlap részkérdéseinek százalékos megoldottságát mutatja.



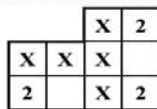
8. ábra: 8. évfolyamos matematika-feladatlap<sup>11</sup>

A diagramról leolvasható, hogy a 3. feladat viszonylag elől áll, azonban csupán a felvételizők körülbelül 30%-a oldotta meg helyesen.

3. Az alábbi ábra tíz négyzetből áll. **Öt négyzetbe** kell X-et írnod.  
A számok azt jelzik, hogy hány, ezekkel a négyzetekkel szomszédos négyzetbe kell X-et írnod.  
**Két négyzet szomszédos, ha van közös oldaluk vagy csúcsuk.**  
A számokat tartalmazó négyzetbe nem kerülhet X.



Egy ilyen lehetséges elrendezést mutat az alábbi ábra:



- a) Keresd meg a megadott példától különböző összes lehetséges elrendezést!  
**Megoldásaidat a vastag vonallal körülvett részbe kell beírnod, mert csak ezt értékeljük. Lehet, hogy több üres ábrát adtunk, mint ahány megoldás van.**  
**A példaként megadott ábrát már beírtuk. A bekeretezett rész alatti területen próbálkozhatsz, de az oda beírt megoldásokat NEM értékeljük!**  
**Vigyázz! Ha a megoldásaid közé hibás elrendezést is beírsz, pontot vonunk le.**

9. ábra: 8. évfolyamosok 3. matematikafeladata<sup>12</sup>

11 A 2022. évi központi írásbeli feladatlapok mérészetodikai elemzése. Oktatási Hivatal. [https://www.oktatas.hu/pub\\_bin/dload/kozoktat/teiskolazas/meresmetodika/elemzes\\_2022.pdf](https://www.oktatas.hu/pub_bin/dload/kozoktat/teiskolazas/meresmetodika/elemzes_2022.pdf) (2022. október 7.)

12 Matematika feladatlap a 8. évfolyamosok számára. Oktatási Hivatal. [https://www.oktatas.hu/pub\\_bin/dload/kozoktat/teiskolazas/feladatsorok/2022/M8\\_2022\\_1\\_fl.pdf](https://www.oktatas.hu/pub_bin/dload/kozoktat/teiskolazas/feladatsorok/2022/M8_2022_1_fl.pdf) (2022. október 7.)

Ez geometriai kombinatorikafeladat, amely vizuális tartalommal kívánt rendszerezési képességet, ami nem típusfeladat. Meg lehet találni benne a rendszert, hiszen észre lehet venni, hogy az ábra bal oldali  $2 \times 2$ -es négyzetébe két X-et kell írni, a jobb oldali  $3 \times 2$ -es téglalapba pedig három X-et kell írni. Így a bal oldali négyzetből egy hely marad üresen 3-féleképpen, a jobb oldali téglalapból pedig csak a középső sor egyik négyzete maradhat üresen 2-féleképpen. Így a lehetőségek száma  $2 \cdot 3 = 6$ . Azonban ezt a rendszerezést egyáltalán nem könnyű megtalálni, ennek hiányában, pusztán próbálgatva könnyen kimaradhatnak lehetséges elrendezések. A feladatot nehezíti a vizuális tartalom, a gyerekek jobban hozzá vannak szokva a számjegyekkel kapcsolatos kombinatorikai problémákhoz.

A 8. osztályos feladatsorok legkritikusabb feladatai általában a szöveges feladatok. A geometriafeladatok típusaira – szögek, kerület, terület, kis kockákból összerakott testek – jobban fel tudnak készülni a tanulók. A szöveges feladatok kevésbé tipikusak, így problémamegoldási stratégiák alkalmazását kívánják.

A 6. feladat, amelyet a tanulók 22%-a oldott meg helyesen, a következő:

|    |   |   |
|----|---|---|
| 6. | Tibi az első félévben összesen 15 érdemjegyet szerzett matematikából. Az érdemjegyek közül négy darab hármás volt, a többi négyes vagy ötös. Tibi 15 érdemjegyének átlaga 4,2 lett. | a |
|    | a) Hány ötöst kapott Tibi matematikából az első félévben?<br>Írd le a számolás menetét is!  |   |

10. ábra: 8. évfolyamosok 6. matematikafeladata<sup>13</sup>

A megoldás egyik nehézsége, hogy lépésekre kell bontani a feladatot:

1. lépés: Az átlagból következtetünk az összegre:  $15 \cdot 4,2 = 63$ .
2. lépés: A négyesek és ötösök száma:  $15 - 4 = 11$ .
3. lépés: A négyesek és ötösök összege:  $63 - 4 \cdot 3 = 51$ .
4. lépés: Ezután dolgozhatunk egyenlettel, ahol  $x$  a négyesek száma, így az ötösök száma  $11 - x$ , és a jegyek összegére felírhatjuk a következő egyenletet:  $4 \cdot x + 5 \cdot (11 - x) = 51$ , amiből  $x = 4$ , és így az ötösök száma 7.

A feladatot megoldhatjuk következtetéssel is: Ha minden jegye 4-es lenne, 44 lenne az összeg. Ennél 7-tel több az összeg. Ha egy 4-est 5-ösre cserélünk, 1-gyel nő az összeg. Tehát 7 darab 4-est kell 5-ösre cserélni. Ez a következtetéssel megoldás megfelel annak, ahogyan már alsó tagozaton is megoldhatjuk azokat a feladatokat, ahol meg van adva például kétlábú és néglábú állatok fejének és lábainak száma, a kérdés pedig a néglábúak számára vonatkozik. Ezért is fontos, hogy alsó tagozaton a kezdeti próbálgatás

<sup>13</sup> Matematika feladatlap a 8. évfolyamosok számára. Oktatási Hivatal. [https://www.oktatas.hu/pub\\_bin/dload/kozoktatás/beiskolázás/feladatsorok/2022/M8\\_2022\\_1\\_fl.pdf](https://www.oktatas.hu/pub_bin/dload/kozoktatás/beiskolázás/feladatsorok/2022/M8_2022_1_fl.pdf) (2022. október 7.)

után rávezessük a gyerekeket a következtetési megoldásra, hiszen ez a gondolkodási módszer később is kifizetődő.

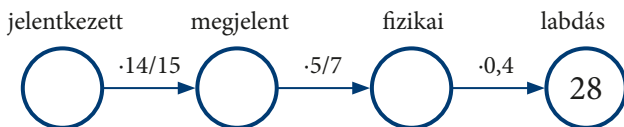
A tanárok elmondása szerint itt éppen az volt sok gyerek problémája, hogy a próbálgatással adott választ nem tudták indokolni, ami megint a következtetés tanításának fontosságát jelzi.

A feladatsor 10. feladatát a tanulók kb. 24%-a oldotta meg helyesen.

|     |  |   |  |
|-----|--|---|--|
| 10. | <p>A városi labdarúgóklub toborzót rendezett, amelyre előzetesen kellett jelentkezni. Az előzetesen jelentkezők <math>\frac{1}{15}</math> része nem jelent meg a toborzón. A megjelentek <math>\frac{5}{7}</math> része teljesítette a fizikai felmérés követelményeit, a többiekől elbúcsúztak az edzők.</p> <p>A fizikai felmérést eredményesen teljesítőknél labdás gyakorlatokat kellett végezniük, amelyeket 40%-uk teljesített hibátlanul, őket leigazolta a klub.</p> <p>A városi labdarúgóklubnak 28 új igazolt játékosa lett.</p> <p>a) Hányan jelentkeztek előzetesen a toborzóra?<br/>Írd le a számolás menetét is!</p> | a |  |
|-----|--|---|--|

11. ábra: 8. évfolyamosok 10. matematikafeladata<sup>14</sup>

A feladat modelljének lerajzolása után a legegyszerűbben visszafelé gondolkodással lehet megoldani a problémát.

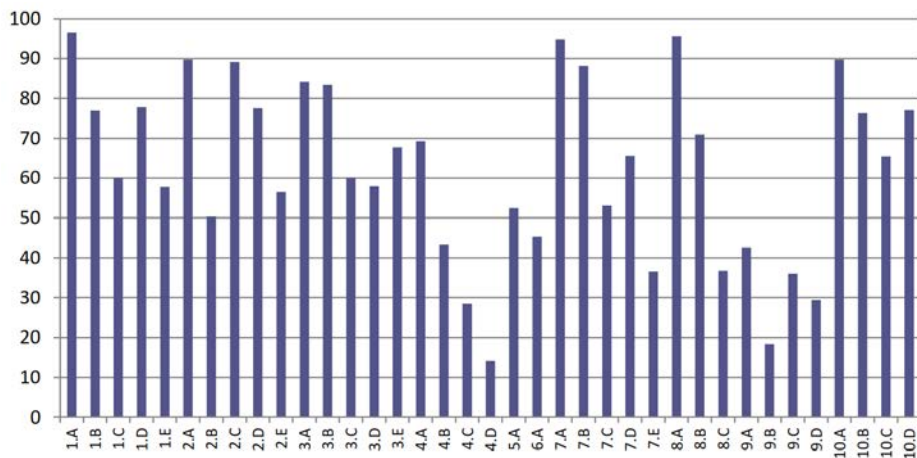


Természetesen egyenlet is felírható:  $x \cdot \frac{14}{15} \cdot \frac{5}{7} \cdot 0,4 = 28$ , azonban ez a törtekkkel való számolás miatt is gondot okoz. Azt sem mindig tudják a gyerekek, hogy valaminek az  $\frac{5}{7}$  része az  $\frac{5}{7}$ -szerese. A hasonló, „buborékos” modellek rajzolását, a visszafelé gondolkodást alsó tagozaton kezdjük tanítani a gyerekeknek. Ez a feladat is mutatja annak fontosságát, hogy ezt ne tekintsük csupán alsó tagozatos módszernek, hiszen a következtetés lépéseinek világossá tétele később is nagyon hasznos a gyerekeknek.

14 Matematika feladatlap a 8. évfolyamosok számára. Oktatási Hivatal. [https://www.oktatas.hu/pub\\_bin/dload/kozoktatas/beiskolazas/feladatsorok/2022/M8\\_2022\\_1\\_fl.pdf](https://www.oktatas.hu/pub_bin/dload/kozoktatas/beiskolazas/feladatsorok/2022/M8_2022_1_fl.pdf) (2022. október 7.)



A következő diagram a 2022-es 1. napi 6. osztályos matematika-feladatlap részkerdeéseinek százalékos megoldottságát mutatja.



12. ábra: 6. évfolyamos matematika-feladatlap<sup>15</sup>

Itt a 4. feladat nehézsége, valamint a 10. feladat könnyűsége a meglepő. Vizsgáljuk meg, mi okozta a 4. feladat nehézségét!

|    |   |   |  |
|----|---|---|--|
| 4. | Gombóc Artúr fogyókúrába kezdett. A fogyókúra 2. napjától kezdődően minden nap feleannyi csokit evett meg, mint az azt megelőző napon úgy, hogy a 4. nap végére még 1000 gramm csokoládéja megmaradt. A harmadik nap végén 1500 gramm csokija volt. | a |  |
|    |   | b |  |
|    |   | c |  |
|    |   | d |  |
|    | a) Hány gramm csokit evett meg a 4. napon? .....  |   |  |
|    | b) Hány gramm csokija lesz az 5. nap végére? .....  |   |  |
|    | c) Hány gramm csokit evett meg az 1. napon? .....   |   |  |
|    | d) Hány gramm csokija volt a fogyókúra kezdetén? .....  |   |  |

13. ábra: 6. évfolyamosok 4. matematikafeladata<sup>16</sup>

<sup>15</sup> A 2022. évi központi írásbeli feladatlapok mérésmetodikai elemzése. Oktatási Hivatal. [https://www.oktatas.hu/pub\\_bin/dload/kozoktatas/beiskolazas/meresmetodika/elemzes\\_2022.pdf](https://www.oktatas.hu/pub_bin/dload/kozoktatas/beiskolazas/meresmetodika/elemzes_2022.pdf) (2022. október 7.)

<sup>16</sup> Matematika feladatlap a 6. évfolyamosok számára. Oktatási Hivatal. [https://www.oktatas.hu/pub\\_bin/dload/kozoktatas/beiskolazas/feladatsorok/2022/M6\\_2022\\_1\\_fl.pdf](https://www.oktatas.hu/pub_bin/dload/kozoktatas/beiskolazas/feladatsorok/2022/M6_2022_1_fl.pdf) (2022. október 7.)

Az egyik nehézséget az okozhatta, hogy nem egy, hanem két sorozatról van szó: egyik a naponta megevett csokoládé mennyisége, a másik a nap végén megmaradt csokoládéé. Érdeemes volt táblázatba írni az adatokat (feketével), majd sorban a számokat (piros), amelyek segítik a kérdésekre adandó válaszokat:

|                  | Kezdet | 1. nap | 2. nap | 3. nap | 4. nap | 5. nap |
|------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| <b>Megevett</b>  |        | 4000   | 2000   | 1000   | 500    | 250    |
| <b>Nap végén</b> | 8500   | 4500   | 2500   | 1500   | 1000   | 750    |

A gyerekeknek majdnem 70%-a felismerte, hogy a két adat különbsége a 4. napon megevett csokoládé mennyisége, és kb. 43% tudta a két sorozat szabálya alapján egy lépéssel előre folytatni a sorozatot. A következő két kérdés megoldási arányának drasztikus csökkenése (28%, 14%) azt mutatja, hogy a visszafelé gondolkodás komoly nehézséget okozott a tanulóknak.

A meglepően sikeres feladat – körülbelül 65%-os megoldási arányával – a következő:

- |     |   |   |  |
|-----|---|---|--|
| 10. | Egy fagyizóban a vásárlók tölcserbe vagy kehelybe kérhetik a fagylaltot. A fagylaltjukat kérhetik csokiöntettel vagy anélkül. Egy nyári vasárnapon 213-an kértek kehelybe a fagylaltjukat. Tölcserbe 362-vel többen kértek a fagylaltot, mint kehelybe. Ezen a napon a tölcserbe kért fagylaltjukra 540-en nem kértek csokiöntetet, a kehelybe kért fagylaltjukra 85-en nem kértek csokiöntetet. (Egy vásárló egyféle fagylaltot kért.) | a |  |
|     |   | b |  |
|     |   | c |  |
|     |   | d |  |
- a) Hányan kértek a fagylaltjukat tölcserbe? .....
- b) Hányan kértek csokiöntetet a kehelybe kért fagylaltjukra? .....
- c) Összesen hányan kértek csokiöntetet a fagylaltjukra? .....
- d) Hányan vásároltak fagylaltot ezen a vasárnapon? .....

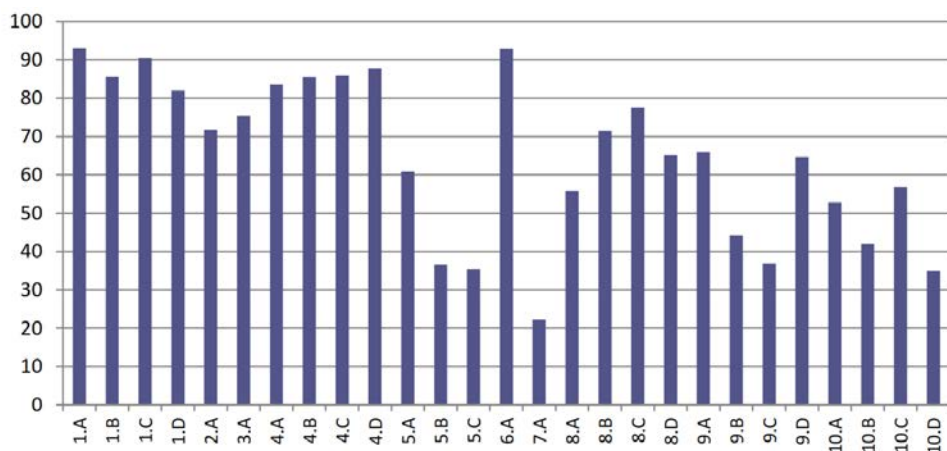
14. ábra: 6. évfolyamosok 10. matematikafeladata<sup>17</sup>

17 Matematika feladatlap a 6. évfolyamosok számára. Oktatási Hivatal. [https://www.oktatas.hu/pub\\_bin/dload/kozoktatas/beiskolazas/feladatsorok/2022/M6\\_2022\\_1\\_fl.pdf](https://www.oktatas.hu/pub_bin/dload/kozoktatas/beiskolazas/feladatsorok/2022/M6_2022_1_fl.pdf) (2022. október 7.)

Az alábbi táblázat kitöltésével – a műveleteket megfelelő sorrendben elvégezve – minden kérdésre megkaphatjuk a választ. Az ilyen típusú feladatok az aritmetikai szöveges feladatok.

|                         | Kehely | Tölcsér | Összes |
|-------------------------|--------|---------|--------|
| <b>Csokiöntet</b>       | 128    | 35      | 163    |
| <b>Nincs csokiöntet</b> | 85     | 540     | 625    |
| <b>Összes</b>           | 213    | 575     | 788    |

A következő diagram a 2022-es 1. napi 4. osztályos matematika-feladatlap rész kérdéseinek százalékos megoldottságát mutatja:



15. ábra: 4. évfolyamos matematika-feladatlap<sup>18</sup>

Látható, hogy a legnagyobb nehézséget a 7. feladat okozta, 22%-os megoldottsággal.

18 A 2022. évi központi írásbeli feladatlapok mérésmetodikai elemzése. Oktatási Hivatal. [https://www.oktatas.hu/pub\\_bin/dload/kozoktatás/beiskolázás/meresmetodika/elemzes\\_2022.pdf](https://www.oktatas.hu/pub_bin/dload/kozoktatás/beiskolázás/meresmetodika/elemzes_2022.pdf) (2022. október 7.)

7. Egy betűkkel megadott összeadásban az azonos betűk azonos számjegyeket jelölnek.

Az alábbi betűk csak a következő számok lehetnek:

$$Z = 1, 2, 3, 4 \quad R = 1, 2, 3 \quad B = 3, 5$$

Add meg az összes lehetőséget úgy, hogy a műveletek eredménye helyes legyen!

Vigyázz, több hely van, mint lehetőség! A hibás megoldásért pontlevonás jár.

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|--|---|---|---|--|--|--|--|--|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|---|--|--|--|--|--|--|--|
| <table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%; height: 100%;"> <tr><td style="width: 25%;"></td><td style="width: 25%;">Z</td><td style="width: 25%;">Z</td><td style="width: 25%;">R</td></tr> <tr><td>+</td><td>R</td><td>R</td><td>Z</td></tr> <tr><td></td><td>B</td><td>B</td><td>B</td></tr> </table> |   | Z | Z | R | + | R | R | Z |  | B | B | B | <table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%; height: 100%;"> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>+</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table> |  |  |  |  | + |  |  |  |  |  |  |  | <table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%; height: 100%;"> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>+</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table> |  |  |  |  | + |  |  |  |  |  |  |  | <table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%; height: 100%;"> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>+</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table> |  |  |  |  | + |  |  |  |  |  |  |  |
|   | Z | Z | R |   |   |   |   |   |  |   |   |   |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |
| +   | R | R | Z |   |   |   |   |   |  |   |   |   |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |
|   | B | B | B |   |   |   |   |   |  |   |   |   |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |
| +   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |
| +   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |
| +   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |
| <table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%; height: 100%;"> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>+</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>  |   |   |   |   | + |   |   |   |  |   |   |   | <table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%; height: 100%;"> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>+</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table> |  |  |  |  | + |  |  |  |  |  |  |  | <table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%; height: 100%;"> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>+</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table> |  |  |  |  | + |  |  |  |  |  |  |  | <table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%; height: 100%;"> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>+</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table> |  |  |  |  | + |  |  |  |  |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |
| +   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |
| +   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |
| +   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |
| +   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |

16. ábra: 4. évfolyamosok 7. matematikafeladata<sup>19</sup>

A gyerekek számára a betűs összeadás, a helyi értékek általában nehézséget szoktak jelenteni, itt további gondot okozott, hogy a tanulók nem tudták eldönteni, hogy a betűk megadott mintája változatlan, és ezek helyébe kell a számokat írni, vagy pedig ez a minta arra vonatkozik, hogy a betűket tetszőlegesen el lehet helyezni, megtartva azt a feltételt, hogy valamelyik megadott számot írva a betű helyébe helyes összeadást kapjunk. Az így adódó számtalan lehetőségben elvesztek a tanulók. A feladat kitűzői természetesen az első változatra gondoltak, talán kevésbé lett volna félreérthető, ha nem a lehetőségek sorába, hanem a szöveg mellé írják a betűs összeadást, hozzátéve, hogy ezt a betűkkel adott összeadást kell számokkal felírni. Ezzel megint a szöveg hosszabbodik, viszont sikeresen el lehet kerülni a félreértéseket.

A 4. osztályos feladatsor legkönnyebb feladatának a 6. bizonyult 93%-os megoldottsággal.

<sup>19</sup> Matematika feladatlap a 4. évfolyamosok számára. Oktatási Hivatal. [https://www.oktatas.hu/pub\\_bin/dload/kozoktatas/beiskolazas/feladatsorok/2022/M4\\_2022\\_1\\_fl.pdf](https://www.oktatas.hu/pub_bin/dload/kozoktatas/beiskolazas/feladatsorok/2022/M4_2022_1_fl.pdf) (2022. október 7.)

6. Gergőről, Marciról és Ádámról a következőket tudjuk:

- Gergő a legidősebb.
- Marci barna hajú.
- A szőke hajú fiút nem Ádámnak hívják.
- Nem a fekete hajú fiú a legfiatalabb.

Az állítások alapján töltsd ki a táblázatot!

|         | Legidősebb | Középső | Legfiatalabb |
|---------|------------|---------|--------------|
| Név     |            |         |              |
| Hajszín |            |         |              |

17. ábra: 4. évfolyamosok 6. matematikafeladata<sup>20</sup>

A táblázat kitöltésével megoldható/elvégezhető logikafeladatokat sikeresen meg tudják oldani a tanulók annak ellenére is, hogy a megadott táblázatba a szöveg alapján csak egy információt lehet azonnal beírni: Gergő a legidősebb. Ha az alábbi táblázatot rajzolnánk meg, akkor két információt is rögtön beírhatnánk, ezzel a következtetés is könnyebbé válna. Azonban a táblázat önálló megrajzolása valószínűleg nehézséget jelentene, így nem biztos, hogy ez a kevésbé hasznos táblázat nem jelentett mégis segítséget.

|         | Gergő      | Marci        | Ádám    |
|---------|------------|--------------|---------|
| Hajszín | szőke      | barna        | fekete  |
| Kor     | legidősebb | legfiatalabb | középső |

<sup>20</sup> Matematika feladatlap a 4. évfolyamosok számára. Oktatási Hivatal. [https://www.oktatas.hu/pub\\_bin/dload/kozoktatás/beiskolázás/feladatsorok/2022/M4\\_2022\\_1\\_fl.pdf](https://www.oktatas.hu/pub_bin/dload/kozoktatás/beiskolázás/feladatsorok/2022/M4_2022_1_fl.pdf) (2022. október 7.)

## Felkészülés-felkészítés a felvételig

A felvételig a rutinok begyakorlásával és a képességek fejlesztésével lehet készülni. A rutin fejlesztése a következő.

- Feladatsorok gyakorlása. Ezzel a feladattípusokat lehet gyakorolni, a taktikát, amellyel a rendelkezésre álló rövid időt a lehető legjobban ki lehet használni: mennyit gondolkodjunk egy feladaton, mielőtt tovább lépünk, illetve mikor térünk vissza.
- Nehézségek többszöri, folyamatos ismétlése. A feladatsorok gyakorlása közben kiderülnek a „gyenge pontok”, amelyeket célzottan, több hasonló feladattal kell gyakorolni. Nem elegendő a helyes megoldás egyszeri áttekintése, fontos, hogy több hasonló feladattal, időben szétválasztva gyakoroljunk.
- Készségfejlesztés-automatizálódás, amit a problémás részek sokszori, folyamatos ismétlésével lehet elérni.
- Önálló problémamegoldás, azaz a feladatsor gyakorlása közben azokat a feladatokat, amelyeket nem sikerült a gyerekeknek időben megoldaniuk, érdemes időn túl, több gondolkodással megoldani. Sokkal hasznosabb, ha a gyerekek maguk jönnek rá a megoldásra, mint ha a pedagógustól megkapják a kész választ. Legközelebb megint a saját útjukon fognak elindulni, meg kell tapasztalniuk, hogy azzal hogyan érnek célhoz.
- A megoldások leírása leginkább a 8. osztályosok számára fontos, azonban a fiatalabbak gondolkodását is segíti, ha nemcsak a helyes válaszokat ismerik, hanem újra áttekintik a megoldás lépéseit is.

## Képességfejlesztés

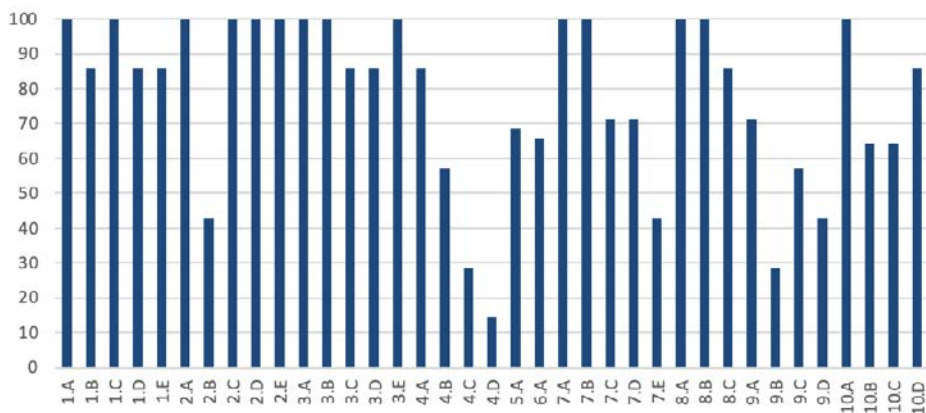
A korábban felsorolt képességek fejlesztése hosszú folyamat, nem korlátozódhat a felvételi előtti néhány hónapra. Ahogyan a feladatok megoldásaiból látható volt, a 8. osztályos problémáknak is volt alsó tagozatos megoldási módszere. Ezeket a következtetéses, gondolkodást igénylő megoldási stratégiákat alsó tagozattól kezdve folyamatosan fel kell építeni és gyakorolni. Az aritmetikai szöveges feladatok mellett az algebrai szöveges feladatok következetes gyakorlására is különös figyelmet kell fordítani.

Sokrétű fejlesztést tesznek lehetővé az alkotás jellegű feladatok. Például: „Állítsd elő a 100-at 5 db 5-össel!”

A gyerekek motivációját, tudatosságát növeli a feladatok alkotása. Kitzújhatjuk, hogy írjanak egymásnak feladatokat, írjanak szöveges feladatot adott modellhez, vagy akár találjanak ki feladatot a 2023-as évszámról.

## Hallgatói eredmények

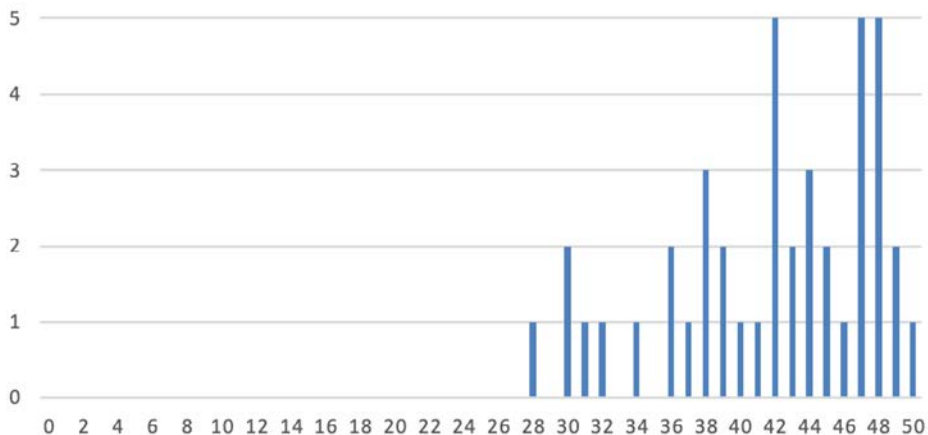
A matematika műveltségterületes hallgatók a 2022-es 1. napi 6. osztályos matematika-feladatsort oldották meg, 45 percet kaptak azok megírásához. A matematika műveltségterületek alacsony száma miatt kisebb mintát kaptunk, a hét hallgató által szerzett pontok száma 28, 32, 36, 37, 39, 40, 50. A feladatokra kapott részpontoszámok százalékos megoszlását a következő ábra mutatja.



18. ábra: 6. évfolyamos matematika-feladatlap hallgatói eredményei

Ahogy a grafikonon is látható, a hallgatók az iskolás diákokéhoz nagyon hasonló eredményt értek el, nehézséget is ugyanazok a feladatok okoztak, míg könnyűnek is ugyanazok a feladatok bizonyultak (vö. 12. ábra). Ugyanakkor biztató lehet, hogy összességében némileg nagyobb sikerrel oldották meg a problémákat.

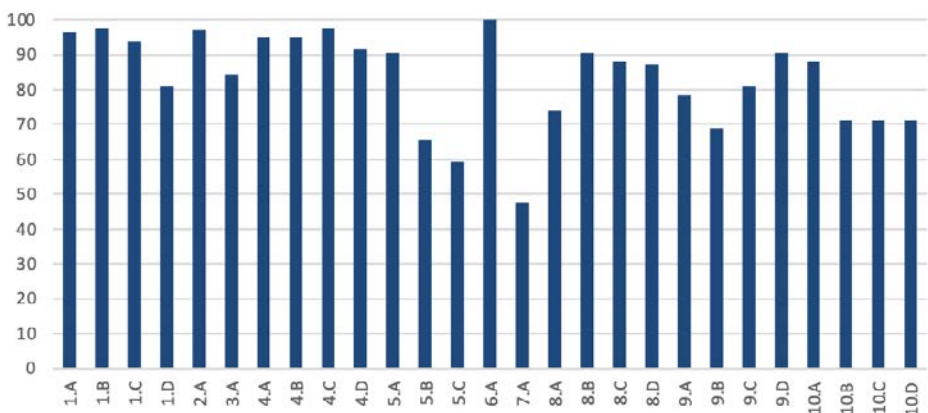
A 2022-es 1. napi 4. osztályos matematika-feladatsort 42 hallgatóval sikerült megírni, szintén 45 perc alatt, így itt nagyobb mintával rendelkezünk. Az alábbi diagramon a hallgatói összesített pontszámokat mutatjuk meg.



19. ábra: A 4. osztályos matematika-feladatlapok hallgatói eredményeinek eloszlása

A hallgatói pontszámokat összehasonlítva az iskolások eredményeivel (vö. 7. ábra) látható, hogy a hallgatók összességében jóval több pontot szereztek, ami nem meglepő, hiszen felnőttekről beszélünk, akik jóval tapasztaltabbak és érettebbek, mint általában a negyedikes diákok.

A feladatokra adott részpontszámok a következő százalékos eloszlást mutatják.



20. ábra: 4. évfolyamos matematika-feladatlap hallgatói eredményei



A hallgatói részeredmények mindenhol magasabbak, mint a negyedikes diákokéi (vö. 15. ábra), és egy-két kivételtől eltekintve minden feladatra kiváló válaszokat adtak hallgatóink. Ugyanakkor – érdekes módon – ugyanazon rész kérdések okoztak gondot a hallgatóknak, mint a gyerekeknek.

## Összegzés

A matematika felvételi 4. és 6. osztályban még főként a tehetséggondozó gimnáziumok tanulóinak kiválasztását célozza, 8. osztályban már sokkal szélesebb körben alkalmazzák, amit az eredmények is mutatnak. El kell gondolkodni a tanítás módszerein a sok gyenge eredmény, a 8. osztályt az alapvető számolási készségek nélkül befejező tanulók láttán. A matematika felvételi feladatsorok a matematikai ismeretek mellett sokféle képességet mérnek, a gimnáziumok ennek alapján válogathatnak a jelentkezők közül. Az eredmények és a feladatok azt erősítik meg, hogy már kisiskoláskortól szükséges a tanulók képességeinek fejlesztése, a gondolkodásra nevelés, a szövegértés, a feladatmegoldási sebesség növelése. Fontos a problémamegoldás lépéseinek, a problémák következtetési megoldásának tanítása, a megoldások menetének tudatosítása. A tanító hallgatók – magasabb szinten, de – ugyanazokkal a nehézségekkel küzdenek, mint az általános iskolások. A feladattípusok és azok megoldási eredményességének bemutatása segíti a felvételire felkészülést a tanulóknak és a felkészítést a pedagógusoknak.